M.E.E.F - Correction épreuve documentée sur Rosetta

Sur la forme. Ce sujet propose de traiter quelques aspects mécaniques, énergétiques et de culture générale sur les voyages astronomiques. La source de document est constituée d'article de presse quotidienne grand public. Ces articles sont rigoureusement écrits et très pédagogiques mais dans une finalité d'explication à un public à priori non scientifiquement formé. Il est donc nécessaire dans une copie de rendre visible toute réflexion critique vis à vis d'affirmations qui peuvent sembler péremptoires ou non justifiées. Ce corrigé se veut le plus pédagogique possible pour des candidats en préparation à une épreuve de concours. Il est donc ponctué de remarques sur l'énoncé, ses pièges et les points délicats. Il est donc présenté avec deux polices de caractères. L'une, penchée, correspond à ce que l'on peut mettre dans une copie de concours, l'auyre droite qui permet de distinguer les remarques d'explications.
Sur le fond. Le niveau de connaissances requis, pour la plus grande partie des questions, est un niveau terminale-début L1. Ce qui signifie que l'énoncé teste la solidité des connaissances fondamentales et la capacité pédagogique des candidats - encore nommé TM^2P^3 (Teaching Master Management Professional Project Process) par les supra-spécialistes des gouvernances prudentielles des techniques pédagogiques éponymes -. Blague à part, dans ce cas, il est essentiel de bien comprendre le contexte de l'épreuve. C'est un concours d'enseignement, pas une épreuve de bac ou de L1. Les réponses doivent donc être le plus complètes possibles, argumentées à l'aide de phrases construites (sujet verbe complément), d'exemples numériques et de schéma même si ce n'est pas clairement demandé. Une réponse ne comprenant qu'un seul mot ne sera même pas lue par un correcteur. Plus la question semble simple, plus il faut être précautionneux et attentif dans sa réponse : il faut **justifier** le plus possible.

I. Préambule

Penser à prendre dans la trousse de quoi surligner, surnoter, souligner, colorier, bref mettre en valeur les éléments qui vous semblent importants dans les articles. En effet, les qualités de reproduction des sources de documents sont parfois assez mauvaises et il est nécessaire de pouvoir faire ressortir rapidement, dès la première lecture des points particuliers. Par exemple, dans l'énoncé, il n'y a pas d'annexes numériques fournies. Toutes les rares valeurs numériques (même écrites littéralement) doivent être surlignées, encadrées, etc. Il ne faut pas à avoir à rechercher une de ses données au milieu de lépreuve en se disant "oulala, je l'ai vu quelque part" et devoir relire l'intégralité des documents.

II. Contexte général et physico-chimie interstellaire

II.1. De ce que l'on sait, les comètes sont les vestiges de matière condensée (solide donc) non agglomérée sous forme de planètes au moment de la création du système solaire. A cette époque (il y a à peu près 4 milliards d'années), la matière présente autour du soleil s'est condensée par gravitation. Les masses de matière condensée se sont ensuite entrechoquées pour donner naissance aux différentes planètes du système solaire. Plusieurs corps massifs, de petite taille mais néanmoins solides, n'ont pas été captés par les champs gravitaionnel des planètes. Cependant ils restent captifs du champ de gravité solaire sur des trajectoires elliptiques très allongés. Ces corps errant dans le vide interstellaire n'ont quasiment pas évolué depuis leur création, si ce n'est par la sublimation de la matière glacée (queues visibles à l'oeil depuis la Terre) lorsqu'ils repassent près du soleil.

> *Les comètes sont des vestiges de la création du système solaire, quasiment identiques à ce qu'elles étaient au moment de leur création. Elles sont donc les témoins des conditions physico-chimique de la création du système solaire, et constituent à ce titre des éléments essentiels à la compréhension de la formation des système stellaires.*

II.2. Les biologistes estiment que la vie, telle que nous la connaissons sur Terre est essentiellement liée à l'existence des acides aminés. Ces molécules organiques sont donc constituées de chaine carbonées, portant oxygène, hydrogène mais *surtout de l'azote. La liaison chimique CN est donc très importante pour la vie sur Terre.*

II.3. La molécule d'ammoniac a une forme géométrique de tétraèdre régulier, comme représenté sur la figure 1. L'atome d'azote la la particularité de passer au travers le plan formé par les atomes d'Hydrogène (qui le repoussent par répulsion électrostatique) par l'effet quantique nommé "effet tunnel". Le battement régulier de l'atome d'azote d'un côté à l'autre de

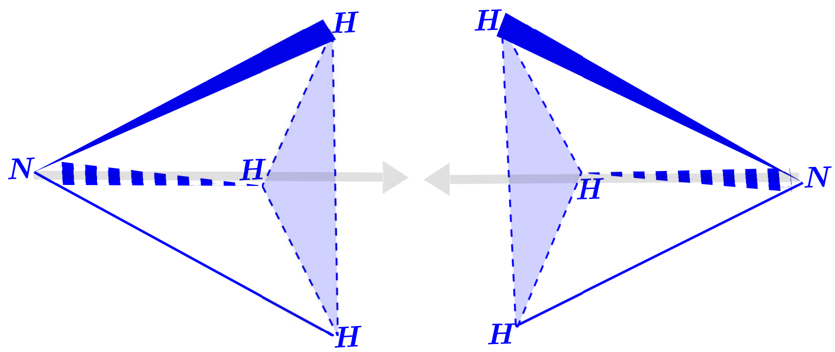

Figure 1 – *Molécule d'ammoniac NH_3, dans deux conformations différentes obtenues par passage de l'atome d'azote au travers du plan formé par les 3 atomes d'Hydrogène (figuré en clair sur le schéma) par effet tunnel "naturel"*

la molécule est bien connu. La période temporelle est $T_0 \sim 4,17.10^{-11}$ s. Ce qui correspond à une fréquence $\nu_0 \sim 24$ GHz. Cette transition se fait dans des nébuleuses interstellaires et le rayonnement associé, de fréquence précise et connue peut être détecté. Ceci constitue donc une signature de la présence de cette molécule dans l'espace.

Deux ouvrages classiques détaillent les calculs quantiques de cette transition : *Le polycopié de Mécanique Quantique de l'Ecole Polytechnique*, par J.L. Basdevant, J. Dalibard, M. Joffre , editions de l'école Polytechnique, le livre remarquablement clair de C. Texier, intitulé *Mécanique quantique*, présenté modestement comme des notes de cours, édité chez Dunod. Un ouvrage plus ardu mais qui discute admirablement de la mécanique de cet exemple d'effet tunnel : *Physique quantique* par M. Le Bellac, Editiosn EDP Sciences.

II.4. L'azote possède un numéro atonique de 7. Sa structure électronique à l'état fondamental est donc d'après les règles de ~~pâtisserie~~, ~~cuisine~~ Pauli, Hund et Klechkowski (règle de remplissage de l'octet) :

$$N : 1s^2 2s^2 2p^3$$

Il manque 3 électrons à a dernière couche électronique pour avoir la structure du néon (Ne), gaz rare de la même ligne. Le diazote possède la structure de Lewis suivante :

$$|\overline{\underline{\mathrm{N}}} \equiv \overline{\underline{\mathrm{N}}}|$$

Cette structure électronique ainsi que son enthalpie de formation, procure à la molécule de diazote un caractère extrêmement stable et fort peu réactif. Cet élément, quoique très abondant dans l'atmosphère, a beaucoup de mal à réagir *naturellement avec les chaînes carbonées.*

De ce que l'on en sait, il a fallu des condtions très particulières pour former des briques d'acides aminés dans l'atmosphère terrestre. Une des hypothèses avancées, et que le projet Rosetta va interroger, est justement que ces molécules de bases auraient pu être importées sur Terre par les millions (milliards ?) d'astéroïdes qui ont pércutés la Terre depuis sa création. L'hypothèse est d'imaginer un scenario où les précurseurs des acides aminés puissent être créées dans le vide interstellaire, sur des astéroïdes comme les comètes. Ces dernières déposent alors ces molécules lors de chocs avec la Terre.

Une autre hypothèse historique est la création des molécules basiques de la vie dans la "soupe primitive" de l'atmosphère terrestre par le jeu des écalirs. En 1953, l'expérience de Miller et Clayton a tenté de reproduire in vitro, les conditions de l'atmosphère terrestre au moment de sa création : Ammoniac, méthane, eau, dihydrogène chauffés dans un ballon et soumis à des décharges électriques. Après plusieurs jours, des molécules organiques étaient apparus dans le réacteur : Stanley L. Miller, *A Production of Amino Acids Under Possible Primitive Earth Conditions* , Science, vol. 117, 3046, pp528-529, voir aussi http ://fr.wikipedia.org/wiki/Expérience_de_Miller-Urey.

Enfin, au début des années 2000, la Nasa a lancé un projet dénommé Stardust (voir entre autres http ://www.nasa.gov /mission_pages/ stardust/main/index.html) dont l'un des points d'orgue consistait en la capture de microparticules de comète. La sonde a suivi une comète prés du soleil et a récupéré dans une raquette prévu à cet effet des particules dans la queue de comète. La sonde est ensuite rentrée sur Terre et l'analyse des échantillons prélevés a permis d'étayer l'hypothèse extra-terrestre de l'apparition de olécules organiques. On peut aussi voir à ce sujet la série documentaire *Aux portes du cosmos* réalisée par Serge Tignères, http ://www.france5.fr/emission/aux-portes-du-cosmos/diffusion-du-22-11-2014-23h25.

III. Billard astronomique

III.1. Dans l'ordre de distance moyenne croissante depuis le soleil :

Mercure - Venus - Terre - Mars -Jupiter -Saturne - Uranus - Neptune

Comme toute question de culture générale, dont la réponse est dans les documents fournis, il est recommandé de faire apparaître tout ce que l'on sait en plus sans faire de hors sujet.

L'ensemble de ces planète sont pratiquement dans le même plan en permanence, appelé plan de l'écliptique. La distance moyenne de la Terre au soleil est de 150.10^6 kilomètres. Cette distance est l'Unité Astronomique (UA). Le système solaire possède un rayon de l'ordre de 30 à 50 UA : en fait, on peut discuter de la limite (frontière) du système solaire. Enfin un des arguments du déclassement de Pluton est qu'au vu de sa taille, il aurait fallu classer comme planète des sattellites naturels des autres planètes, comm Io et Europe pour Jupiter, voire la Lune....

III.2. Première question piège pour voir si le candidat est attentionné. Une vitesse est relative au référentiel. Dans la question il n'y en a pas. Il faut le spécifier avant de répondre. D'autre part, puisqu'on est un candidat préparé et attentif, on aura lu l'énoncé jusqu'au bout et on aura réalisé que dans la question IV.6.a de l'énoncé, on demande de démontrer cette valeur numérique, avec une feinte colossale, V_S est devenue v_s ! ! On peut donc répondre complètement ici et faire référence à cette réponse par la suite.

Dans le référentiel géocentrique R_g (référentiel centré au centre de la Terre et dont les 3 axes perpendiculaires visent 3 étoiles), on appelle communément $V_S \sim 10^3$ km.s^{-1} la vitesse de satellisation.

C'est la vitesse minimale, à la surface de la Terre, pour qu'un corps massif échappe à l'attraction terrestre. Elle est calculée sur l'hypothèse que lorsque le corps s'échappe de la Terre, à l'infini d'elle, il n'aura plus de vitesse mais il ne sera plus dans le champ de gravitation.

On appelle E_p l'énergie potentielle de gravitation de la Terre au point M situé à la distance r de la Terre. On appelle E_c l'énergie cinétique d'un point massif de masse m, situé au point M et animé d'une vitesse V. Avec le choix de jauge habituel (energie potentielle nulle à l'infini), on a les relations :

$$E_p = -\mathcal{G}\frac{mM_T}{r} \text{ et } E_c = \frac{mV^2}{2}$$

Il faut spécifier le plus clairement possible ses notations, avec de schémas, ou des phrases ou les deux. Puisque l'énoncé ne le rappelle pas, il faut rappeler la valeur de la constante de gravitation universelle.

avec $\mathcal{G} = 6,67.10^{-11}$ $m^3.\ kg^{-1}.\ s^{-2}$, constante de gravitation universelle et M_T masse de la Terre.

On souhaite que le système "masse m" parte de la surface de la Terre, avec une vitesse V_S afin qu'il possède une énergie

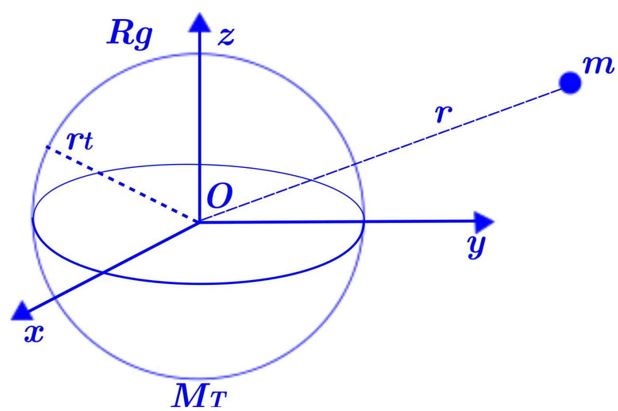

Figure 2 – *Schéma d'un corps massif de la masse m dans le champ de gravitation terrestre. Le référentiel est le référentiel géocentrique R_g, le rayon de la terre r_t, la masse de la Terre M_T, la distance de point massif au centre de la Terre est r.*

cinétique nulle en $r \to \infty$: à "l'infini" de la Terre, m ne sera plus soumise à sa gravitation. Son énergie mécanique, E_M^∞ est alors nulle, puisque $E_p(r \to \infty)$ l'est aussi :

$$E_M^\infty = E_c(r \to \infty) + E_p(r \to \infty) = 0$$

Or l'énergie mécanique est une intégrale première du mouvement (on demande de le redémontrer dans la série de questions III.4). Il est bien de montrer qu'on a lu l'énoncé jusqu'au bout et que l'on fait un choix conscient de présentation

Si bien que l'énergie mécanique est celle que possède la masse m lorsqu'elle est expulsée de la surface de la Terre, lorsque $r = r_t$. A la surface de la Terre, on doit donc avoir l'égalité :

$$E_M(r = r_t, V = V_S) = E_M^\infty = 0 = \frac{mV_S^2}{2} - \mathcal{G}\frac{mM_T}{r_t}$$

Ce qui amène immédiatement à :

$$V_S = \left(2\mathcal{G}\frac{M_T}{r_t}\right)^{1/2}$$

Application numérique : quand les quantités ne sont pas données, comme c'est le cas ici il est important de mettre en évidence la valeur numérique que l'on prend

Nous prenons pour valeurs numériques :

$$r_t \sim 6400.10^3\ m;\ \mathcal{G} = 6,67.10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2};\ M_T \sim 6.10^{24}\ kg$$

Soit

$$V_S = \left(2 \times 6,67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{6400.10^3}\right)^{1/2} \sim 1,12.10^4\ m\,s^{-1}$$

C'est bien l'ordre de grandeur de V_S donnée par l'énoncé.

Remarques :

1. *Cette vitesse de satellisation est connue sous le nom de première vitesse de satellisation. Pour le calcul, on a fait l'hypothèse implicite que le mobile de masse m partait perpendiculairement à la surface de la Terre, c'est à dire que sa vitesse initiale est colinéaire au champ de gravitation. Il existe une deuxième vitesse de satellisation, appelé deuxième vitesse de satellisation ou vitesse de satellisation minimale. Elle est plus faible (d'un rapport $1/\sqrt{2}$ pour être exact) mais du même ordre de grandeur. Le calcul est basé sur la vitesse que devrait avoir un satellite pour rester en orbite autour de la Terre au niveau de la surface terrestre.*
2. *Si l'on ne connaît plus la masse de la Terre, on peut retrouver l'ordre de grandeur de M_T, avec une analyse simple et SANS CALCULETTE ! ! !. Ce peut être un chouette exercice de calcul d'ordre de grandeur pour des élèves. La masse volumique moyenne des solides est comprise entre $10^3\ kg\ m^{-3}$ et $10^4\ kg\ m^{-3}$. Prenons une masse volumique moyenne $\rho_T \sim 5.10^3\ kg\ m^{-3}$ pour la planète Terre. On connait le rayon $r_t \sim 6,4.10^6\ m$.*

$$M_T = \rho_T \times \frac{4\pi}{3} \times r_t^3 \sim 5.10^3 \times 4 \times \frac{3,14}{3} \times 6,4^3.10^{18} \sim 5,5 \times 10^{24}\ kg.$$

On peut aller voir par exemple : http ://fr.wikipedia.org/wiki/Vitesse_de_satellisation_minimale. C'est typiquement le genre de remarque que l'on peut faire si l'on est sûr de soit. Sinon on ne dit rien.

III.3. Sonde seule dans l'espace.

Il faut déjà remarquer ici, que la sonde sera considérée comme un point matériel. Son mouvement est décrit par rapport au référentiel galiléen de référence (par exemple le géocentrique).

On a affaire ici avec une série de questions "essentielles" à la mécanique : le mobile inertiel seul. Donc il faut y aller à pas de velours. Sous couvert de questions qui semblent faciles, l'énoncé teste la connaissance des candidats sur les fondamentaux de la mécanique du point. On répond donc aux questions avec des phrases entières et surtout on ne bâcle pas sa réponse.

III.3. a. Mefi, mefi ! ! De façon générale, les questions qui demandent une réponse graphique sont délicates à traiter. Il faut

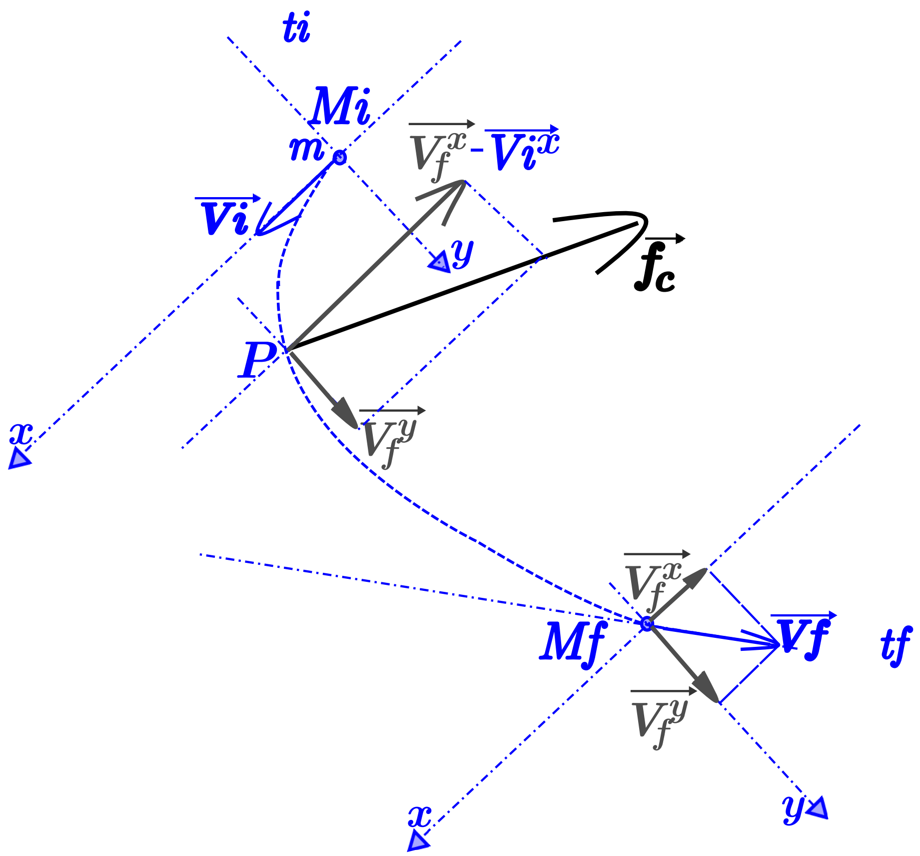

Figure 3 – *Schéma de la force $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$ agissant sur la sonde pour la changer de trajectoire*

être sûr que le correcteur comprendra la façon dont le dessin a été fait. Il faut donc l'expliquer, sinon c'est du temps perdu, personne ne corrigera. D'autant qu'ici le dessin à faire est élémentaire, il faut rajouter un vecteur. Il faut donc bien l'orienter en direction et sens : ceci ne peut se faire sans explication écrite.

Sur le schéma de l'énoncé, la vitesse $\overrightarrow{\mathbf{V}_f}$ de la sonde n'a pas du tout la même direction que la vitesse initiale $\overrightarrow{\mathbf{V}_i}$. A priori elle ne lui est pas non plus perpendiculaire. Cela signifie que la force $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$ possède des composantes qui sont ni colinéaires, ni perpendiculaires à celles de $\overrightarrow{\mathbf{V}_i}$ et $\overrightarrow{\mathbf{V}_f}$. Sur le schéma de l'énoncé, légèrement modifié pour que l'on y voit mieux, mais schématiquement identique, on trace un repère x, y orthonormé, dont la direction et le sens x correspond à la vitesse initiale, comme représenté sur le schéma de la figure 3. On y projette le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{V}_f}$ en ses deux composantes : $\overrightarrow{\mathbf{V}_f^x}$ et $\overrightarrow{\mathbf{V}_f^y}$ représentées en gris foncés sur le schéma de la figure 3. Si l'on considère la force $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$ constante, alors le principe fondamental de la dynamique s'écrit, entre les instants t_i et t_f :

$$\overrightarrow{\mathbf{f}_c} = m\frac{(\overrightarrow{\mathbf{V}_f} - \overrightarrow{\mathbf{V}_i})}{t_f - t_i} = \frac{m}{t_f - t_i}(\overrightarrow{\mathbf{V}_f^x} - \overrightarrow{\mathbf{V}_i^x} + \overrightarrow{\mathbf{V}_f^y})$$

On en déduit les composantes vectorielles $\overrightarrow{\mathbf{f}_c^x}$ selon l'axe x et $\overrightarrow{\mathbf{f}_c^y}$ selon l'axe y de la force $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$:

$$\overrightarrow{\mathbf{f}_c^x} = \frac{m}{t_f - t_i}(\overrightarrow{\mathbf{V}_f^x} - \overrightarrow{\mathbf{V}_i^x}) \text{ et } \overrightarrow{\mathbf{f}_c^y} = \frac{m}{t_f - t_i}\overrightarrow{\mathbf{V}_f^y}$$

Dans notre schéma le vecteur $(\overrightarrow{\mathbf{V}_f^x} - \overrightarrow{\mathbf{V}_i^x})$ est orienté dans le sens inverse de l'axe x, alors que le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{V}_f^y}$ est orienté dans le sens de l'axe y. Ainsi en tout point de la trajectoire, le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$ doit être orienté vers les x décroissants et les y croissants, comme c'est le cas dans notre schéma (voir figure 3) en un point quelconque P de la trajectoire.

III.3. b. L'énoncé emmène le candidat sur la piste de la Thermodynamique des objets massifs ! La question n'a pas vraiment de sens : elle est assez partielle. Il n faut pas répondre plus que nécessaire.

Une fonction d'état possède (comme son nom l'indique) la propriété remarquable de ne dépendre QUE de l'état du système considéré, pas de son passé : c'est à dire qu'elle ne dépend pas de la façon (le chemin) par laquelle le système a été transformé pour arriver à son état. En l'occurence, pour un mobile abandonné, la vitesse par rapport au référentiel est une des variables d'états importante. La masse est constitutive du système : elle ne varie pas. Dans ces conditions, le module de la vitesse est la variable d'état d'intérêt qui elle seule fait changer l'état du système. L'énergie cinétique ne dépendant que de ce module et pas de la direction de la vitesse possède donc la propriété de non dépendance du chemin suivi pour modifier la vitesse du mobile.

III.3. c. Le théorème de l'énergie cinétique s'énonce classiquement en mécanique du point : la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures. Enoncé tel quel il s'agit du théorème valable pour un mobile matériel (sous entendu de masse constante). Ici, pour le cas de la sonde considérée comme un mobile ponctuel et à ce stade de l'énoncé de masse constante, la force $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$ est bien extérieure. On peut donc écrire le théorème de l'énergie cinétique pour le système "sonde", noté $\mathcal{S}$ de masse m :

$$W(\overrightarrow{\mathbf{f}_c}) = E_c(\mathcal{S}, t_f) - E_c(\mathcal{S}, t_i)$$

$$W(\overrightarrow{\mathbf{f}_c}) = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_i^2}{2} \tag{1}$$

III.3. d.

Pour modifier sa trajectoire, la sonde utilise le principe de la propulsion par éjection de matière, comme un avion à réaction ou une fusée lors de son décollage. Généralement, elle éjecte du gaz chaud obtenu après combustion de propergol solide.

III.3. e. L'énoncé emmène le candidat sur la piste du théorème de l'énergie cinétique, avec une jolie induction en erreur par une question ambigue. Il évoque un paradoxe à lever , ce qui doit alerter l'attention du candidat. La définition du système étudié est ici fondamentale car il faut faire le lien avec les deux questions précédentes : théorème de l'énergie cinétique et éjection de matière. (Ce qui sous entend la masse de la sonde n'est pas constante pendant sa trajectoire).

Le théorème de l'énergie cinétique s'énonce classiquement en mécanique du point : la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures. Enoncé tel quel il s'agit du théorème valable pour un mobile matériel (sous entendu de masse constante). De plus, par extérieur, on entend extérieur au système. Il nous faut donc clairement statuer sur la force $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$. Est-elle vraiment extérieure au systtème ? Pour cela définissons le système matériel étudié !

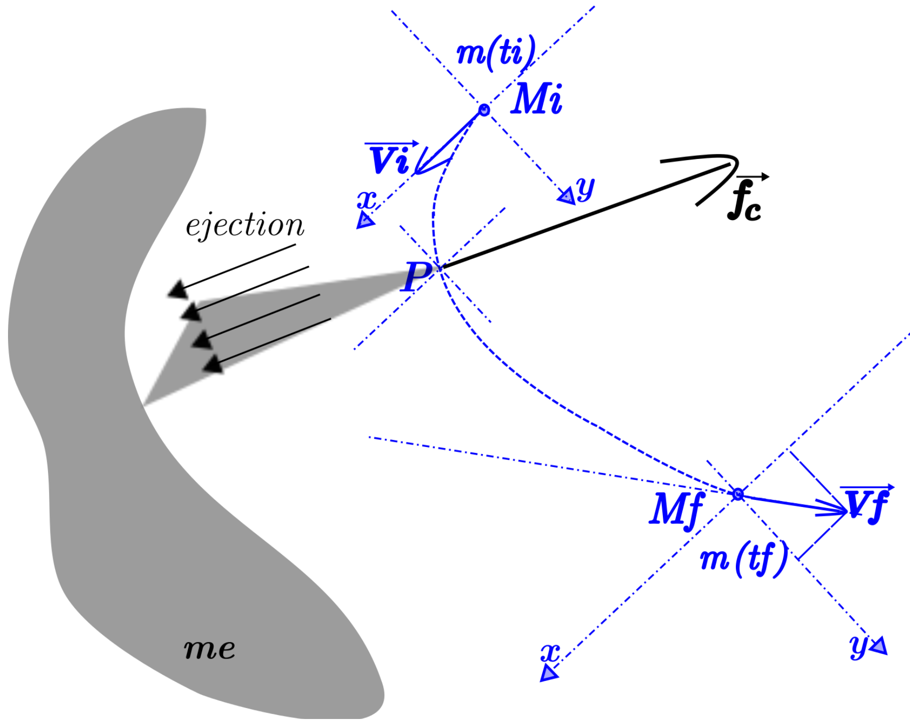

Figure 4 – *Schéma de la sonde et du gaz ejecté (en gris) entre les deux instants t_i et t_f.*

On appelle Σ, l'ensemble matériel constitué par l'ensemble de toute la matière contenue dans la sonde à l'instant t_i. On apelle Θ le système formé par la masse de matière éjectée. On appelle $\mathcal{S}$ le système matériel formé par la sonde sans le carburant éjecté entre les instant t_i et t_f.

Il est important de mettre en évidence les nouvelles notations que l'on insère dans une copie.

On a donc :

$$\Sigma = \Theta + \mathcal{S}$$

On appelle m_e la masse éjectée (la masse de Θ donc). Puisque la masse se conserve globalement :

$$m_e = m(t_i) - m(t_f)$$

Le système $\mathcal{S}$ possède donc une masse constante $m(t_f) = m(t_i) - me$ entre les deux instants t_i et t_f. Le système Σ est un système fermé, dont la masse ne varie pas. A l'instant t_i toute sa matière est contenue dans le volume de la sonde. A l'instant t_f, le système Σ est composé de la masse m_e qui a été éjectée et de la sonde de masse $m(t_i) - m_e$, comme représenté sur la figure 4. Le système Σ étant isolé, sa variation d'énergie cinétique ne peut être que nulle, vu qu'il est en interaction avec rien et qu'il n'échange rien avec un quelconque système. Ainsi il apparaît que la force $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$ est interne au système Σ. Par contre on peut considérer qu'elle est bien extérieure au système $\mathcal{S}$.

On peut donc écrire le théorème de l'énergie cinétique pour ce système. En fait c'est l'équation 1 que l'on re-écrit pour le *système $\mathcal{S}$:*

$$W(\overrightarrow{\mathbf{f}_c}) = E_c(\mathcal{S}, t_f) - E_c(\mathcal{S}, t_i)$$

Alors, si $V_i = V_f$:

$$W(\overrightarrow{\mathbf{f}_c}) = \frac{m(t_f)V_f^2}{2} - \frac{m(t_f)V_i^2}{2} = 0$$

La force $\overrightarrow{\mathbf{f}_c}$ ne travaille pas ! Elle obtient des résultats (modification de la trajectoire) sans travailler. En ce sens, on peut la considérer comme un étudiant à super rendement.

Ainsi explicité, il n'y a pas de paradoxe, le système $\mathcal{S}$ a bien échangé du travail avec l'extérieur, ce qui lui a modifé sa trajectoire (mais pas son énergie cinétique, s'il conserve la même vitesse).

Le paradoxe apparent vient du fait que le système qui nous intéresse, c'est la sonde $\mathcal{S}$ et pas son carburant Θ, du coup on a tendance à oublier de spécifier correctement le système $\mathcal{S}$. Il n'empêche que vu du système $\mathcal{S}$, il faut éjecter de la matière avec une certaine vitesse. Dans le référentiel du système $\mathcal{S}$, il a fallu fournir une énergie cinétique à la masse du système Θ. C'est le rôle des moteurs (généralement thermiques) de la sonde.

III.3. f. La masse de la sonde appareillée (on supposera que c'est la masse du système $\mathcal{S}$) est donnée dans l'ensemble des documents $m_\mathcal{S} \sim 3.10^3$ kg. On suppose que l'on souhaite faire un virage à 90^o à la sonde durant un laps de temps de 6 mois.

Le temps d'éjection ne peut pas intervenir dans le résultat final. En effet, c'est le principe de conservation de quantité de mouvement qui est ici en cause. La quantité de mouvement de la masse éjectée ne dépend pas du temps pendant lequel elle a été éjectée.

Dans le référentiel galiléen (géocentrique, par exemple) dans lequel on rapporte la vitesse de la sonde, et dans la base de projection (x, y) définie sur la figure 4, il vient donc pour la variation de quantité de mouvement de $\mathcal{S}$, $\Delta\overrightarrow{\mathbf{P}_\mathcal{S}}$:

$$\overrightarrow{\mathbf{V}_f} = \left|\begin{array}{c} 0 \\ V_i \end{array}\right. \Rightarrow \Delta\overrightarrow{\mathbf{P}_\mathcal{S}} = M_S\left(\overrightarrow{\mathbf{V}_f} - \overrightarrow{\mathbf{V}_i}\right) = M_S \left|\begin{array}{c} -V_i \\ V_i \end{array}\right.$$

La variation de quantité de mouvement du système Θ, $\Delta\overrightarrow{\mathbf{P}_\Theta}$ entre les deux instants t_i et t_f est :

$$\Delta\overrightarrow{\mathbf{P}_\Theta} = m_e\overrightarrow{\mathbf{V}_e} \text{ où } \overrightarrow{\mathbf{V}_e} \textit{ désigne le vecteur vitesse de la matière éjectée}$$

La variation de quantité de mouvement du système Σ, $\Delta\overrightarrow{\mathbf{P}_\Sigma}$ est nulle entre les deux instants t_i et t_f car le système Σ est isolé. Il vient donc :

$$\Delta\overrightarrow{\mathbf{P}_\Sigma} = \Delta\overrightarrow{\mathbf{P}_\Theta} + \Delta\overrightarrow{\mathbf{P}_\mathcal{S}} = 0 \Rightarrow m_e\overrightarrow{\mathbf{V}_e} = M_S \left|\begin{array}{c} +V_i \\ -V_i \end{array}\right.$$

En module cette égalité se traduit donc par :

$$\boxed{m_e^2 v_e^2 = 2M_s^2 V_i^2 \Rightarrow m_e = \frac{\sqrt{2}M_s V_i}{v_e}}$$

Application numérique : D'après les documents, dans le cosmos, la sonde se déplace à une vitesse $V_i \sim 15.10^3$ *m. s*$^{-1}$. *L'énoncé donne* $v_e \sim 10^6$ *m.h*$^{-1} \sim 278$ *m. s*$^{-1}$. *Il vient alors :*

$$\boxed{m_e \sim \frac{\sqrt{2} \times 3.10^3 \times (15.10^3)}{278} \sim 229.10^3 \; kg}$$

Il faudrait que la sonde emporte presque 10 *fois son poids en carburant pour effectuer cette opération. C'est inenvisageable. Les moteurs de la sonde permettent la stabilisation de l'engin et la modification fine de sa trajectoire pour les manœuvres d'approche. En aucun cas, elle peut se substituer aux moteurs du lanceur (la fusée).*

III.3. g. Cela signifie que si les moteurs d'une sonde ou d'un satellite sont utilisés pour modifier lourdement sa trajectoire (par "lourdement" on entend que la vitesse finale est très différente de la vitesse initiale), alors il ne restera plus de carburant pour la stabilisation de l'engin spatial. Cela arrive de temps en temps, quand il ya un problème de mise en orbite initiale d'un satellite artificiel autour de la Terre, les moteurs du satellite sont sollicité pour le remettre sur la bonne trajectoire et c'est autant d'autonomie en moins qu'il possède alors pour stabiliser sa trajectoire lors de son expoitation.

Depuis plusieurs années, les moteurs à plasma sont utilisés sur les vaisseaux spatiaux : http ://www.pourlascience.fr/ewb_pages/ a/ article-l-essor-des-moteurs-a-plasma-21532.php. Le principe de ces moteurs est relativement simple (voir par exemple : http :// fr.wikipedia.org / wiki/ Propulseur _à _effet _Hall). Ils permettent par fort un champ électrique d'éjecter extrêmement rapidement très peu de matière ionisée du vaisseau spatial. Le peu de masse éjectée est compensé par une vitesse d'éjection très importante.

III.3. h. C'est une question qui peut accepter n'importe quelle réponse ! On peut la voir comme une question de culture générale. Contrairement au ton badin de la question, ce n'est pas forcément l'originalité du candidat qui est testée mais sa capacité à justifier son choix.

La sonde se retrouve isolée, sans possibilité à terme de modifier sa trajectoire toute seule. Cela rappelle les deux sondes américaines Voyager I et II, lancées à la fin des années. Elles ont été abandonnées à leur trajectoire sans espoir de retour et sans quasiment plus de carburant à l'aurée des années 2000. Voyager est partie dans une direction perpendiculaire au plan de l'écliptique alors que Voyager II est sortie du système dans ce plan en s'éloignant du Soleil (http ://www.science-et-vie.com/2013/09/se-trouve-limite-du-systeme-solaire/).

III.4. Sonde en présence d'une planète ou d'une étoile. III.4. a. Cette question a déjà été traité pour la question III.2, en utilisant la figure 2. La seule différence est que de façon générique, la masse du corps massif est maintenant noté M_S.

$$\boxed{E_p(r) = -\mathcal{G}\frac{mM_S}{r}}$$

III.4. b. C'est le même argumentaire et les mêmes remarques que la question III.3.b. L'énergie potentielle, pour une configuration de masses donnée ne dépend que de la position du point matériel. Lors d'une modification de la position, la variation d'énergie potentielle ne dépend pas de la trajectoire suivie par le corps, mais simplement de sa position de départ *et de sa position d'arrivée. Sur ce critère là, elle possède la même propriété qu'une fonction d'état en thermodynamique, pour peu que la variable d'état choisie soit la position.*

III.4. c. L'énergie mécanique E_M est la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique :

$$\boxed{E_M(r,\overrightarrow{\mathbf{V}}) = E_p(r) + E_c\overrightarrow{\mathbf{V}} = -\mathcal{G}\frac{mM_S}{r} + \frac{1}{2}m\overrightarrow{\mathbf{V}}^2}$$

Avec le même argumentaire que pour les questions III.3.b et III.4.b, on en déduit que E_M est une fonction d'état sur les variables de position r, et de module de vitesse au carré $\overrightarrow{\mathbf{V}}^2$.

III.4. d. Dans ces hypothèses, la seule force s'exerçant sur le point matériel m est la force de gravitation $\overrightarrow{\mathbf{f}_g}$ qui dérive de l'énergie potentielle :

$$\overrightarrow{\mathbf{f}_g} = -\overrightarrow{\nabla}E_p$$

Lors d'un déplacement élémentaire $\overrightarrow{d\ell}$, effectué pendant le laps de temps dt, le travail élémentaire δW de cete force est :

$$\delta W = \overrightarrow{\mathbf{f}_g}.\overrightarrow{d\ell} = -\overrightarrow{\nabla}E_p.\overrightarrow{d\ell} = -dE_p$$

D'autre part, si $d\overrightarrow{\mathbf{V}}$ est la variation élémentaire de vitesse durant le laps de temps δt, le principe fondamental de la dynamique amène :

$$\delta W = \overrightarrow{\mathbf{f}_g}.\overrightarrow{d\ell} = m\frac{d\overrightarrow{\mathbf{V}}}{dt}\overrightarrow{d\ell} = m\overrightarrow{\mathbf{V}}.d\overrightarrow{\mathbf{V}} = md(\overrightarrow{\mathbf{V}}^2) = dE_c$$

Nous avons redémontré ici le théorème de l'énergie cinétique : le travail de la force extérieure est égale à la variation d'énergie cinétique.

La variation élémentaire d'énergie mécanique dE_M, pendant le laps de temps dt, vérifie donc :

$$\boxed{dE_M = dE_c + dE_p = \delta W - \delta W = 0}$$

L'énergie mécanique est bien constante dans ces hypothèses.

III.4. e. Une équation du mouvement est alors :

$$\frac{dE_M}{dt} = 0 \Rightarrow \mathcal{G}\frac{mM_S}{r^2}\frac{dr}{dt} + m\overrightarrow{\mathbf{V}}.\frac{\overrightarrow{\mathbf{V}}}{dt}$$

Le paramétrage habituel dans un plan (coordonnées polaires r, θ) de cette équation amène, en utilisant la conservation du moment cinétique, à une équation de conique.

> *Les trajectoires possibles sont des coniques : paraboles, hyperbole, ellipses. Les ellipses correspondent à des états liés : le mobile m ne peut pas s'extraire de l'attraction du corps M_S et reste sur une trajectoire fermée. Les hyperboles et paraboles sont des trajectoires ouvertes, le mobile peut s'en aller à l'infini du corps M_S en échappant à sa gravitation.*

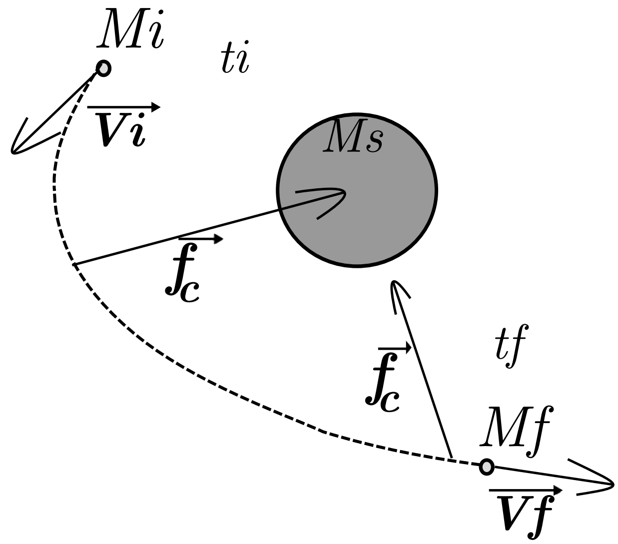

Figure 5 – La sonde dans un environnement gravitationnel. La force de gravitation $\overrightarrow{\mathbf{f}_g}$ est centrale vers le centre du corps stellaire. Elle n'est pas constante en norme, elle décroit comme l'inverse de la distance r^2.

III.4. f. Faisons un schéma de la configuration où la trajectoire est modifié par un corps massif. Il est representé sur la figure . Si l'on raisonne en terme de force, c'est alors la force de gravitation $\overrightarrow{\mathbf{f}_g}$ *qui modifie la trajectoire de la courbe. Elle est orientée en tout point de la courbe vers le centre de l'étoile ou de la planète massive. Il n'est alors nul besoin de dépenser du carburant, c'est la gravitation qui emmène la sonde de sa position dans l'espace des phases* M_i *et* $\overrightarrow{\mathbf{V}_i}$ *à sa position* M_f, $\overrightarrow{\mathbf{V}_f}$. *Si l'on souhaite qu'à l'instant* t_f, *la sonde soit en* M_f *avec la vitesse* $\overrightarrow{\mathbf{V}_f}$ *(par exemple la sonde Rosetta, avec la même vitesse que la comète "Churry" avec une vitesse semblable), il faut la placer en* t_i *au point* M_i *avec la vitesse* $\overrightarrow{\mathbf{V}_i}$, *en utilisnt l'attraction du corps de masse* M_S *(ce doit être Jupiter pour le dernier passage).*

III.4. g. Soit Ω *le centre du corps massif. Si l'on suppose que la sonde a une trajectoire ouverte vis à vis du coprs planétaire (Jupiter par exemple), cela signifie qu'elle arrive depuis l'infini (état initial) avec une vitesse non nulle. La distance* ΩM_i *est infinie. L'énergie potentielle en* M_i *tend donc vers 0. L'énergie mécanique vaut donc :*

$$E_M(M_i) = \frac{1}{2}m\overrightarrow{\mathbf{V}_i}^2$$

En M_f *situé en l'infini de la planète* ΩM_f *tend aussi vers l'infini ,* $E_p M_f = 0$. *L'énergie mécanique se conservant, on a donc :*

$$E_M(M_i) = E_M(M_f) = \frac{1}{2}m\overrightarrow{\mathbf{V}_i}^2 = \frac{1}{2}m\overrightarrow{\mathbf{V}_f}^2$$

Les modules des vitesses sont égaux !

De façon générale, pour tout les couples de points $\Omega M_i = \Omega M_f$, *les vitesses seront les mêmes en module.*

La sonde a été accélerée au sens du physicien : le vecteur vitesse a varié. Elle n'a pas été accélérée au sens commun du mot : le module de la vitesse n'a pas augmenté entre les deux points. La sonde ne va pas plus vite à la sortie de son interaction de billard gravitationnel, elle va dans la bonne direction.

III.4. h. L'intérêt majeur et principal réside dans le fait que la sonde peut changer de trajectoire et donc être placée "où l'on veut" sans avoir à vider ses cuves de carburant et peut conserver ainsi celui-ci pour les dernières manœuvres d'approche. Pour arriver au point de rendez-vous avec la comète Churry, à la bonne vitesse, elle a utilisé la gravitation de plusieurs coprs célestes, dans une trajectoire fort complexe, représentée par une espèce de spirale dans les documents fournis. Cette trajectoire est déterminée par le point M_f et la vitesse $\overrightarrow{\mathbf{V}_f}$ mais aussi par la position des différentes planètes utilisées pour ce billard céleste pendant la durée du voyage (10 ans). Comme les planètes tournent autour du Soleil, l'adéquation de la trajectoire est une véritable danse à plusieurs acteurs. Plutôt que de billard astronomique d'ailleurs on devrait parler de ballet astronomique : c'est plus adpaté, il n'y a pas dechocs et tout se fait "en douceur". Cette complexité de mouvement à plusieurs corps explique pourquoi le choix de la date de tir - lié à l'époque à des contingences économiques et techniques - a influé sur la cométe explorée. Selon quand la sonde est tirée, elle n'a pas accès au même billard, et donc pas aux mêmes trajectoires possibles.

III.4. i. La sonde part en exploration en étant poussée par l'attraction gravitationnelle. Bien évidement un choix de nom peut être Rosetta. On peut aussi, pour ce qui est du passé, penser aux expéditions marines mues par la seule force du vent, et dont finalement les directions de navigations étaient très largement imposées par la nature. On peut penser à Victoria (un nom prédestiné), premier bateau connu à avoir fait le tour du Monde lors de la dernière expédition de Magellan, ou encore à la Niña, la Pinta ou la Santa Maria, les caravelles de C. Colomb lors de son voyage de découverte de l'Amérique.

Notre monde quotidien est gouverné par la friction des objets en mouvement sur le sol, l'air etc. Si bien qu'il est difficile de visualiser correctement les mouvements inertiels (un corps massif abandonné à lui-même avec une vitesse) sans aucune force extérieure. Il est difficile de concevoir qu'abandonné sans aucun point d'appui dans le vide de l'espace, il n'est pas possible de modifier sa trajectoire. Il n'y a qu'à voir la difficulté de compréhension du public non scientifique lorsqu'on explique qu'un super porte container met des dizaines de kilomètres pour s'arrêter. Plusieurs œuvres artistiques (bédé, ciné, livres) proposent des réflexions physiques ainsi que des visions rigoureuses de ce phénomène. Ils peuvent postuler des faits scientifiques faux ou non encore étayés pour les besoin du scenario, mais à l'échelle du héros, tout ce qui se passe reste très correct d'un point de vue physique. Il peut-être d'ailleurs un exercice pédagogique intéressant de chercher avec des élèves les erreurs qui se cachent dedans (oui il y en a).

- *On a marché sur la Lune - Les aventures de Tintin*, Hergé, 1953, Ed. Casterman. Un bijou ultra-classique de dialogue entre la science et l'art. C'est de l'anticipation scientifique (presque 20 ans avant le premier pas de N. Armstrong sur la Lune) . Les scènes lunaires (imaginées et visualisées par Hergé) sont extraordianires de méticulosité, en particulier l'éclairage (à l'époque, aucun vaisseau humain ne s'était posé sur l'astre et aucune photos de sites n'avaient été prisés).
- *La guerre éternelle*, Marvano, Haldeman, 1988, Ed. Dupuis édité dans la collection Aire Libre. Une réflexion scientifico-fictionnesque (les voyages interstellaires décrits ne sont pas encore connus par nous) sur les bases de temps nécessaires aux voyages interstellaires. Une très jolie réflexion sur les notions de futur, passé, présent, bref sur la relativité du temps.
- *2001, L'odyssée de l'espace*, film de S. Kubrick, scenario de A. C. Clarke, et roman éponyme sorti en même temps, 1968, Warner Bros. La première fois qu'au cinéma sont filmées des scènes dans l'espace, avec de l'inertie, de la lenteur, bref un monument pour cet aspec des choses. La musique rythmant les trajectoires orbitales est une valse de Strauss, ce qui

permet de visualiser le "ballet dont il est question en III.4.h. C'est la référence des films spatiaux, tous les films sur le sujet l'évoque par des plans, des musiques ou des dialogues.

- *Wall E*, film d'animation de A. Stanton, 2008, studios Pixar. Ne jamais se fier aux apparences telle pourrait être une devise scientifique. Le film est axé vers un public jeune. Cependant plusieurs scènes dans l'espace (qui font référence très explicitement à 2001) sont absolument parfaites pour illustrer le principe de la propulsion et de l'inertie.
- *Gravity*, film d'Alfonso Cuarón, 2013, Warner Bros. Les scènes de déplacement des acteurs dans le vide et en gravité sont extraordianires de précision et de justesse. Comme dans Wall E c'est un extincteur qui est le second rôle le plus important du film, avec une foule de détails très convaincants. Une des erreurs magistrales (c'est dommage parcequ'elle se voit) c'est que les cheveux longs de Sandra Bullock n'ont aucune raison de rester collés à sa tête en apesanteur.

IV. Des calculs d'ordre de grandeur

IV.1. , IV.2.

Nous y avons répondu en $\boxed{III.1}$

IV.3. La distance, D entre la Terre et Rosetta annoncée dans le document est de l'ordre de $\boxed{D \sim 500.10^9\ m}$.

La vitesse de la lumière dans le vide, notée c_0 est la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques. c_0 est une constante fondamentales

$$\boxed{c_0 = 2,99792458.10^8\ m.\ s^{-1} \sim 3.10^8\ m.\ s^{-1}}$$

Le temps de voyage t_v d'une onde électromagnétique pour parcourir la distance D est donc :

$$t_v = \frac{D}{c_0} \sim \frac{5.10^11}{3.10^8} \sim 1,7.10^3\ s \text{ soit } \boxed{t_v \sim 28'}$$

La difficulté pour les pilotes de la sonde (astro-navigateurs) est que pour les opérations d'approches, en particulier lorsque Philae doit venir s'arrimer sur la comète, les modifications et corrections de trajectoire ne pourront pas être envisagées sur une échelle de temps plus faible. Lorsque l'atterrisseur Philae envoie une information, lorsqu'elle arrive à la Terre, cette information a déjà une demi-heure. Si l'information dit " Vitesse trop élevée, crash annoncé dans 5 min", quand l'information arrive, le crash a déjà eu lieu. Il est donc nécessaire d'anticiper toutes les manœuvres avant de les lancer.

IV.4. Pour une onde sphérique émise de façon isotrope, le vecteur de Poynting, de direction radiale, se comporte en $\frac{1}{r^2}$ où r désigne la distance entre l'origine Ω de l'onde et le point de mesure M.

Pour redémontrer cela, on peut argumenter de la conservation de l'énergie en utilisant le schéma de la figure 6. Si l'émission de l'onde est sphérique, isotrope, un front d'onde, loin de la source est une sphère centrée sur le centre d'émission Ω. D'autre part, la source émet l'onde avec une puissance d'émission constante (à notre échelle, c'est la puissance émise par le soleil) notée P_e. Pendant le laps de temps δt l'énergie rayonnée par la source est $E_e = P_e \delta t$. Cette énergie se conservant dans l'espace, elle traverse la surface formée par la coquille sphérique de rayon r_2, centrée sur Ω. C'est la même qui traverse la coquille sphérique de rayon r_1. Si l'on note $\Pi(r)$ la valeur du module du vecteur de Poynting au point de corrdonnéées sphérique r. Le vecteur de Poynting est le vecteur densité de courant de puissance, local (puissance traversant une unité

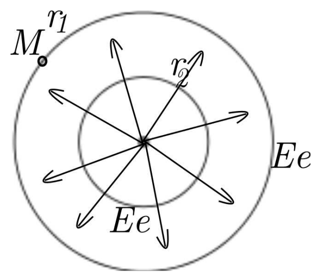

Figure 6 – Représentation schématique du flux de puissance électromagnétique pour une onde sphérique

de surface). On a immédiatement :

$$E_e = \Pi(r_1) \times 4\pi r_1^2 = \Pi(r_2) \times 4\pi r_2^2$$

On en déduit que le module du vecteur de Poynting est

$$\Pi(r) = \frac{P_e}{4\pi r^2}$$

La puissance reçue par la Terre depuis le soleil a pour ordre de grandeur $\Pi(Terre) \sim 10^3$ *W. m*$^{-2}$. *Appelons* TS *la distance moyenne Terre-Soleil. On peut avec cet ordre de grandeur estimer* P_e *en utilisant la précédente relation :*

$$P_e \sim \Pi(Terre) \times 4\pi TS^2$$

On peut faire un calcul "à la louche". La distance Terre Soleil est de l'ordre de $TS \sim 1,5.10^11$ *m. La distance de Rosetta à la Terre est* $D \sim 5.10^11$ *m. La distance de Rosetta au soleil,* RS*, peut donc être approchée comme :*

$$RS \sim TS + D \sim 1,5.10^{11} + 5.10^{11} \sim 6,5.10^{11}\ m$$

Au niveau de Rosetta, le vecteur de Poynting a pour module P_{CG} *:*

$$\boxed{P_{CG} = \frac{P_e}{4\pi TR^2} = \frac{\Pi(Terre) \times 4\pi TS^2}{4\pi TR^2} \sim \Pi(Terre)\left(\frac{TS}{TR}\right)^2}$$

Faisant l'application numérique, il vient :

$$\boxed{P_{CG} = 10^3 \times \left(\frac{1,5}{6,5}\right)^2 \sim 5.10^1\ W.\ m^{-2}}$$

Avec un rapide calcul, on en déduit qu'en novmbre 2014, la puissance lumineuse reçue par Philae est de l'ordre de quelques pourcent de celle reçue sur Terre.