

Thermodynamique M.E.F - Correction

Ce sujet propose de traiter de quelques aspects énergétiques, à la mode médiatiquement parlant. Le piège dans lequel il ne faut pas tomber est d'utiliser des termes scientifiques de façon imprécise, se laissant aller à vouloir plagier le style d'un article de vulgarisation. Il faut se montrer ici rigoureux, voire pointilleux mais aussi pédagogue. Il faut montrer au correcteur que vous avez saisi les subtilités du langage de la Thermodynamique mais que vous êtes aussi capables de les expliquer.

Le premier paragraphe semble anodin, demandant quelques définitions. Si on y regarde de plus près, les définitions s'enchaînent les unes derrière les autres : un mot utilisé dans une question doit être défini dans celle qui suit. Cela ressemble à ce qui peut se passer en cours. Dès qu'une notion est expliquée, un élève vous demande de redéfinir un des termes que vous avez employé. L'énoncé vous demande donc de faire une "dissertation" sur les premières questions, de façon à ce que vos réponses se suivent et soient cohérentes.

Partie A: Contexte

I. Document à lire

I.1. Le phénomène appelé "effet de serre" est un phénomène lié aux échanges d'énergie par rayonnement entre différents systèmes matériels. C'est un phénomène thermique que l'on peut qualifier de complexe en ce sens qu'il fait intervenir plusieurs éléments. Il s'observe principalement lorsque :

- 1. un corps C transparent à la lumière visible possède la particularité d'être opaque au rayonnement infrarouge. Ce rayonnement correspond, grosso-modo, au rayonnement d'un corps noir à $20^{\circ}C$ (voir la loi de Wien), il est souvent qualifié de "rayonnement thermique",*
- 2. C enferme spatialement un système physique Σ .*

Alors, le rayonnement venu de l'extérieur est débarrassé de ses composantes infra-rouges par C . Le restant de rayonnement atteint le système Σ et lui cède de la chaleur. Σ réémet alors un rayonnement sous forme infra-rouge qui reste bloqué entre C et Σ , contribuant à l'évolution de température "moyenne" de Σ . Ce processus est schématisé sur la figure 1.

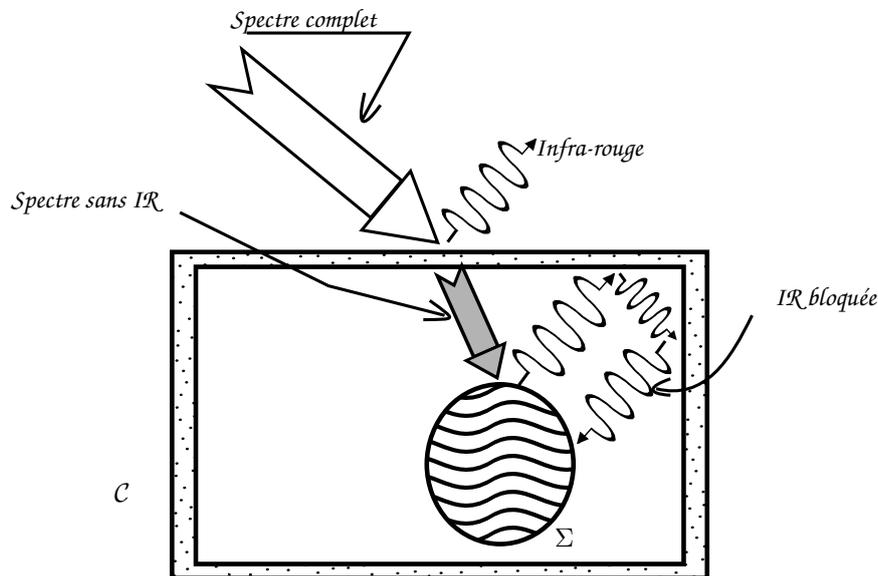


Figure 1 – En grosse flèche blanche un rayonnement à spectre "blanc" ou complet comprenant plusieurs gammes de longueurs d'onde, en flèche grise, le même rayonnement ayant perdu ses infra-rouges par la traversée de C , en flèche ondulée les infra rouge. Le système Σ est ici schématisé comme une "patate", mais il est tout à fait quelconque et peut être inhomogène.

Ce phénomène est observable en laboratoire avec une simple lampe, une enceinte en verre dans laquelle on peut mettre de la terre ou de l'argile et un thermomètre.

Dans le contexte de la planétologie, on parle d'effet de serre à l'échelle d'une planète lorsque les gaz de l'atmosphère possède cette propriété de transparence au spectre visible et d'opacité au spectre infra-rouge.

1.2. Dans l'atmosphère terrestre le gaz qui a le pouvoir d'effet de serre le plus important est la vapeur d'eau. On peut montrer en laboratoire qu'à quantité égale la vapeur d'eau possède une capacité de blocage des rayonnements infra rouge bien supérieure à celle du dioxyde de carbone. Lorsque l'on veut faire une expérience, devant des élèves, mettant en évidence l'effet de serre lié au dioxyde de carbone, on est obligé de travailler dans une atmosphère complètement déshydratée. Si ce n'est pas le cas, on observe uniquement l'effet de serre lié à la présence d'eau.

Une expérience de mise en évidence est la différence de température au petit matin selon que la nuit a été très claire, avec une atmosphère sèche, ou très nuageuse avec une atmosphère humide. Dans ce dernier cas, la température est bien supérieure.

Il suffit de lancer une recherche sur internet pour trouver légion de sites d'enseignants de Physique-Chimie ou SVT expliquant comment faire une expérience de lycée. Par exemple :

http://www.svt.ac-aix-marseille.fr/ancien_site/exao/experim/serreco2/index.htm

1.3. Le changement global de climat, appelé, ecore de nos jours "réchauffement climatique" est un processus extrêmement complexe, faisant intervenir plusieurs paramètres qui ont des influences contraires. Il s'agit de montrer que l'on est au courant de cet aspect. Voilà pourquoi cette question insiste sur le paradoxe médiatique qui consiste à se focaliser sur le CO₂ alors que ce gaz possède un pouvoir d'effet de serre relativement faible comparé aux autres ; de plus sa proportion dans l'atmosphère est très ténue (en centaines de ppm).

La teneur en vapeur d'eau de l'atmosphère est fondamentalement liée à la température "moyenne" et à la pression de l'atmosphère. En effet, du fait de la très grande quantité d'eau liquide (sous forme d'océan) qui existe sur Terre, l'atmosphère est dans un état proche de l'état d'équilibre en ce qui concerne la coexistence de l'eau sous ses trois phases essentielles (liquide, solide, gaz). D'ailleurs le point triple de l'eau est assez proche des conditions que l'on peut observer dans les zones subpolaires. De fait, la quantité d'eau gazeuse dans l'atmosphère ne varie pas de façon significative sur des périodes séculaires.

Le CO₂ présent dans l'atmosphère provient de processus que l'on peut décomposer en deux cycles selon les échelles de temps mises en jeu. La première est le processus à court terme qui définit ce que l'on appelle le cycle court du carbone. Le CO₂ présent dans l'atmosphère est fixé par les organismes vivants, principalement par le processus de photosynthèse. Ces organismes l'utilisent pour produire des molécules carbonées, longues et éventuellement complexes. Lorsque ces organismes meurent, leur décomposition amène à l'oxydation du carbone qui se relibère dans l'atmosphère sous forme de CO₂. Ce cycle est qualifié de court car, il correspond à la durée de vie de l'organisme produisant la photosynthèse qui varie de quelques mois (phyto-plancton) à quelques dizaines d'années (animaux, arbres). Sur quelques années, ce cycle est à peu près à l'équilibre, autant de carbone est capté dans l'atmosphère que rejeté par l'oxydation des résidus organiques.

La seconde échelle de temps est dite longue, définissant ainsi le cycle "long" du carbone. Cette échelle se mesure en temps géologiques (supérieure à la centaine de milliers d'années). Une part du carbone retiré de l'atmosphère par photosynthèse est fixé dans les squelettes ou coquilles de certains animaux. Quand ces derniers meurent, leurs squelettes ou coquilles se déposent (au fond des océans, des vallées, des cours d'eau) pour former des sédiments minéraux qui n'ont plus beaucoup d'interaction avec l'atmosphère. Enfin, une plus petite part du carbone issu de ces organismes morts se trouve dans une situation où il ne peut plus s'oxyder, ni se minéraliser. On peut penser à notre échelle à la tourbe (très répandue en Irlande) où bien à des marais vaseux. Les organismes morts piégés ainsi sont décomposés par des processus bio-chimiques complexes qui produisent des molécules carbonées type alcane, alcène, etc. C'est de cette façon, qu'il y a plusieurs millions d'années, des quantités colossales de carbone ont été retirées de l'atmosphère pour être stockées sous formes de pétrole et de charbon. Ces quantités de carbone n'interagissaient plus avec l'atmosphère depuis leur captation il y a des million d'années.

L'effet de serre de l'atmosphère étant régulé par les proportions de gaz en présence est forcément très sensible à l'équilibre de la composition de ces gaz dans l'atmosphère. Or depuis un siècle et demi, l'être humain rejette dans l'atmosphère du carbone sous forme de CO₂ qui avait

disparu du cycle court depuis des millions d'années. La biosphère n'étant pas dimensionnée pour absorber autant de CO_2 en aussi peu de tant, il s'ensuit une augmentation continue du taux de CO_2 dans l'atmosphère (il a doublé depuis les années 1900). C'est donc ce carbone issu du cycle long qui est en capacité de perturber l'équilibre de composition atmosphérique sur les gaz à effet de serre. C'est bien pour cela que l'on s'y intéresse.

De façon concomittente, il a pu être établi que la température "moyenne" du globe terrestre augment elle aussi. Même si le lien direct entre ces 2 observations est extrêmement difficile à établir, depuis quelques années, le groupement intergouvernemental d'experts sur le climat (GIEC) affirme que la modification climatique observée est en bonne partie liée aux activités humaines et plus précisément à la libération de quantités importantes de CO_2 , issu de source fossile de carbone, c'est à dire de carbone devant faire partie "normalement" du cycle long.

Le GIEC possède un site internet avec de grandes ressources publiques et de nombreuses données bibliographiques : http://www.ipcc.ch/home_language

I.4. Dans l'expression "carburant fossile", il y a deux termes à expliciter. Le premier est "carburant". Le second est "fossile". Un carburant est un composé qui a la particularité de dégager de la chaleur lorsqu'il entre en combustion. Un carburant est donc toujours associé à un comburant, qui assure la combustion. ce dernier est très généralement le dioxygène, O_2 , naturellement présent dans l'atmosphère. La qualification de carburant d'un composé chimique est donc avant tout humaine. Par exemple le styrène est un excellent carburant, cependant il devient bien plus utile sous forme polymérisée (poly-styrène) et n'est donc pas utilisé comme carburant. Quant au terme "fossile", il suggère que le carburant a été produit il y a très longtemps (vis à vis de l'échelle humaine). Il a été produit puis "fossilisé", c'est à dire figé géologiquement dans un contexte où il ne pouvait plus évoluer. C'est le processus de fabrication qui qualifie le carburant de fossile, pas sa composition chimique. Le méthane (gaz de ville de composition CH_4) est un produit gazier que l'on trouve dans les gisements pétroliers (il est alors fossile) mais il est aussi produit dans l'intestin des mammifères, par la décomposition des végétaux dans les forêts ou celles des algues dans la mer, il est alors issu du cycle court du carbone et n'est pas qualifié de fossile.

II. Rayonnement solaire

II.1. Le soleil, considéré comme un corps noir, doit donc respecter la loi de Wien. Si l'on fait un spectrogramme de la lumière du soleil, avec un

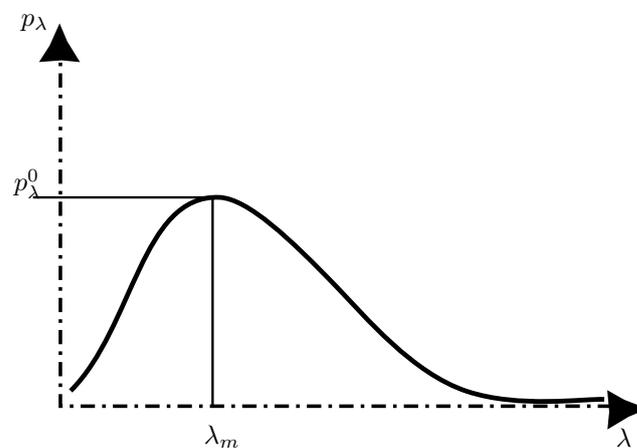


Figure 2 – p_{λ} densité spectrale de puissance par unité de longueur d'onde en fonction de la longueur d'onde λ . $\lambda - m$ correspond au maximum de p_{λ} . La valeur du maximum est p_{λ}^0

réseau, par exemple, avec un luxmètre (ou un flux mètre), on peut déterminer la densité spectrale de puissance du rayonnement reçu, en fonction de la longueur d'onde, comme schématisé sur la figure 2. On peut ainsi déterminer λ_m , correspondant au maximum de la densité spectrale p_{λ}^0 . Reportant la valeur ainsi trouvée expérimentalement, on a alors accès à la température de surface du soleil par la relation de Wien :

$$\Theta_S = \frac{\alpha}{\lambda_m} \text{ avec } \alpha = 2898.10^{-6} \text{ m K}$$

L'hypothèse importante, faite ici, est que la traversée de l'atmosphère ne modifie pas le spectre de puissance de la lumière émise par le soleil. Or cette hypothèse est clairement erronée dans la mesure où l'on s'ait que l'atmosphère terrestre est quasiment opaque aux infra-rouges et laisse très peu pénétrer les ultra-violets. Cependant, il se trouve que pour le Soleil, le maximum de puissance est dans la bande des fréquences optiques correspondant à la couleur jaune. La traversée de l'atmosphère ne modifie pas la position du maximum relatif de p_λ .

II.2. La température $\Theta_S = 5800 \text{ K}$ déterminée, il suffit de connaître la surface du Soleil S_s , pour déterminer la puissance totale qu'il rayonne, en utilisant alors la loi de Stefan.

II.2. a.

$$P_S = P_r \times S_s$$

Or

$$P_r = \sigma \Theta_S^4 \text{ et } S_s = 4\pi R_S^2 \text{ supposant le Soleil sphérique}$$

D'où

$$P_S = 4\pi R_S^2 \sigma \Theta_S^4 \Rightarrow P_S = 3,14 \times (7 \times 10^8)^2 \times 5,67 \times 10^{-8} \times 5800^4 = 9,87 \times 10^{25} \sim 10^{26} \text{ W}$$

Cinq remarques valables pour TOUTES les applications numériques.

1. Le nombre de chiffres significatifs doit être cohérent avec les données de l'énoncé mais aussi les approximations faites. Ici, on donne 3 chiffres pour σ , 2 pour Θ_S , mais le rayon "moyen" du soleil est donné avec un seul chiffre ! Il est donc légitime d'arrondir le calcul final de 9,87 à 10. C'est encore plus net dans les applications faisant intervenir la distance "moyenne" entre la Terre et le Soleil.
2. Le système d'unités en vigueur est le système SI. Lorsque les applications numériques commencent à être touffues, avec des constantes (σ , ...), il est vivement recommandé de faire toutes les applications numériques en SI, quitte à les reconvertir après. En particulier, les distances sont en mètres et les volume en mètres cube.
3. II NE FAUT JAMAIS OUBLIER LES UNITES !
4. Il faut, dans la mesure du possible, poser toutes les opérations numériques et ne pas donner un résultat brut.
5. Quand cela est possible, il faut faire un commentaire pertinent sur le résultat trouvé. En particulier, si l'on se rend compte que le résultat annoncé est faux, il faut le signaler en expliquant que l'on n'a pas retrouvé l'erreur. En l'occurrence sur le calcul de la puissance totale du Soleil, il est difficile de faire ce type de commentaire, puisque la puissance mise en jeu n'est vraiment pas à échelle humaine.

II.2. b. Cette question faisant intervenir un aspect géométrique important, faisons un schéma afin de montrer visuellement toutes les hypothèses faites. Il est présenté sur la figure 3. Le rayonnement du Soleil étant isotrope, sur la sphère de rayon D , centrée sur le centre du soleil, le

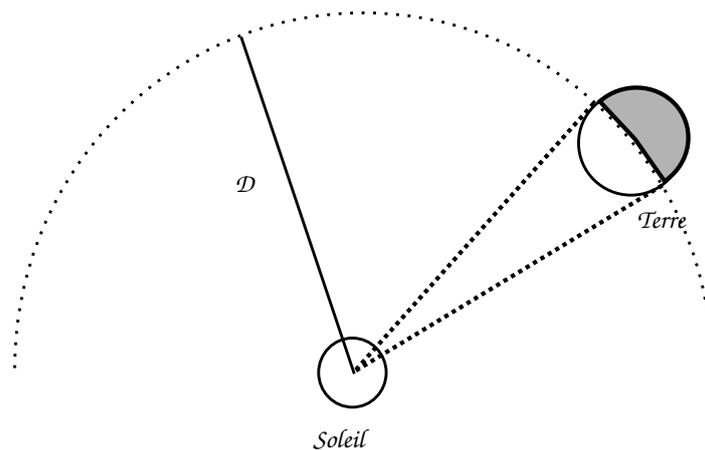


Figure 3 – Schéma NON à l'échelle de l'éclairement de la Terre par le Soleil. En pointillé, trace de la sphère de rayon D . La surface terrestre interceptant le rayonnement solaire un disque de rayon R_T

flux de puissance $\Phi_S = \frac{P_S}{4\pi D^2}$ est uniforme. La surface de la Terre interceptant cette sphère est un disque, placé en face du soleil. On peut

supposer que l'éclairement sur cette surface est constant dans la mesure où $R_T \ll D$. Ainsi la puissance P_r reçue par la Terre est :

$$P_r = \Phi_S \pi R_T^2 = \frac{P_S}{4\pi D^2} \pi R_T^2 = P_S \frac{R_T^2}{4D^2}$$

Numériquement, on trouve :

$$P_r = 10^{26} \frac{6,4^2 \times 10^6}{4 \times 1,5^2 \times 10^{16}} = 4,5 \times 10^{16} \text{ W}$$

II.2. c. Lorsque l'on parle de moyenne d'une quantité aussi inhomogène dans l'espace (la différence de température atmosphérique entre les pôles et les déserts peut atteindre 150°C , alors que la température océanique est simplement stratifiée en profondeur) et aussi variable dans le temps (la température atmosphérique en plaine peut varier sur une échelle d'une centaine de degrés durant l'année, par exemple à Moscou, alors qu'à quelques mètres sous terre elle est quasiment constante) que l'est la température sur Terre, il est indispensable d'expliquer, a minima, de quelle moyenne il est question. En l'occurrence, on peut imaginer qu'il s'agit d'une température moyennée et dans le temps et dans l'espace de la SURFACE de la Terre.

La définition exacte est donnée dans le site suivant :

<http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/dosclim1/sysfacte/effetserre/index.htm#tempmoy>.

Cette moyenne est de $\Theta_m^T = 15^\circ \text{C} = 288 \text{ K}$

En utilisant le modèle du corps noir pour la Terre, on peut utiliser la loi de Stefan. La surface de la Terre étant $S_T = 4\pi R_T^2$, il vient :

$$P_T = 4\pi R_T^2 \times \sigma \times \Theta_m^T{}^4 = 4 \times 3,14 \times (6,4)^2 \cdot 10^{12} \times 5,67 \times 10^{-8} \times 288^4 = 2,10^{17} \text{ W}$$

II.3. Attention, Attention!! L'énoncé parle ici d'équilibre thermique. Dans la définition admise de l'équilibre thermique cela signifie que la température du système étudiée est homogène et ne varie pas à l'échelle du temps de mesure. La question est donc piègeuse, car l'équilibre thermique dont parle l'énoncé est celui d'un bilan d'échange de chaleur : est-ce que ce que cède la Terre est, en ordre de grandeur, identique à ce qu'elle reçoit ? Il est donc nécessaire de reformuler la question à laquelle on va répondre, car sinon, toutes les réponses peuvent être valables.

D'après nos remarques sur la moyenne de la température à la surface de la Terre, on ne peut pas dire que la planète soit dans un équilibre thermique, au sens où on l'entend habituellement. En effet, un système est considéré à l'équilibre thermique lorsque sa température est homogène et ne varie pas à l'échelle du temps de mesure. Ce qui n'est clairement pas le cas pour la Terre. Par contre une question légitime est de se demander si le bilan global d'échange de chaleur de la Terre avec son environnement spatial est un bilan équilibré ou si au contraire, la Terre cède ou reçoit globalement et en moyenne de la chaleur depuis l'Univers. C'est à cette question que nous pouvons répondre.

Il apparaît numériquement que $P_T \sim 5P_r$. Il n'y a pas tout à fait un facteur 10 entre les deux. La puissance rayonnée par la Terre n'est pas très éloignée, en quantité, de la puissance qu'elle reçoit du Soleil. Les ordres de grandeur sont assez compatibles entre eux pour pouvoir affirmer que la Terre est assez proche d'un état d'équilibre de rayonnement. En effet, les hypothèses géométriques, ainsi que les valeurs "moyennes", donnent une idée globale de la quantité de rayonnement reçue et émise par la planète Terre, sur une période d'une année, par exemple (la distance moyenne Terre - Soleil est une distance "annuelle"). Donc P_T et P_r sont assez proches pour que l'on puisse dire que la Terre n'est pas très éloignée d'un état d'équilibre.

Cependant l'écart entre P_T et P_r est aussi assez important pour que l'on puisse donner ici quelques pistes de réflexion sur cette différence.

Voici quelques points de discussion de notre modèle.

1. La Terre a été assimilée à un corps noir de température moyenne $\Theta_m^T \sim 15^\circ \text{C}$. Il a déjà été évoqué la difficulté conceptuelle mais aussi pratique de cette température moyenne. Pourtant, le point clé de considérer la Terre comme un corps noir n'est pas anodin. La Terre possède une surface extrêmement inhomogène (couverture rocheuse, végétale, aqueuse). Considérer cette surface comme la surface rayonnante d'un corps noir pose le problème de la vérification quantitative de cette hypothèse. Nous n'avons pas les moyens, ici, de quantifier l'écart au

modèle du corps noir. Du coup, la différence entre P_r et P_T peut très bien s'expliquer par le fait que la Terre ne réagit pas vraiment comme un corps noir.

2. Le bilan radiatif établi ne concerne que la surface de la Terre, et pas la planète toute entière. Or nous n'avons pas tenu compte du volcanisme terrestre. L'intérieur de la planète est composé de différentes coquilles sphériques, appelées manteaux et noyaux. Le cœur terrestre est un noyau de fer liquide d'à peu près 1000 km de diamètre, à une température de plusieurs milliers de degrés. Les différents manteaux sont composés de roches solides ou liquides, à haute pression et haute température. Nous en avons des preuves indirectes par la sismologie et des manifestations spectaculaires avec les éruptions volcaniques. L'intérieur de la Terre rayonne donc vers la surface en lui apportant une quantité de chaleur absolument pas négligeable. Cette chaleur transférée participe au maintien de la température moyenne Θ_m^T . Dans notre bilan cette chaleur d'origine volcanique n'a pas été prise en compte dans le système "surface terrestre". Cet "oubli" participe à l'écart entre la chaleur reçue par la surface terrestre et celle émise.

11.4. La puissance moyenne rayonnée par le Soleil est telle qu'au niveau de la surface de la Terre, la puissance moyenne absorbée par unité de surface de la Terre est $\Phi_r' = 2,4 \cdot 10^2 \text{ W.m}^{-2}$. En déduire l'albédo moyen A de la Terre ? (L'albédo mesure la fraction de l'énergie solaire réfléchi par la surface de la Terre).

La puissance moyenne, P_a , absorbée par la Terre (surface de collection un disque de rayon R_T) est donc

$$P_a = \Phi_r' \times \pi R_T^2 = 2,4 \cdot 10^2 \times 3,14 \times 6,4^2 \cdot 10^{12} \sim 3 \cdot 10^{16} \text{ W}$$

D'autre part, la puissance globale reçue par la Terre est $P_r = 4,5 \cdot 10^{16} \text{ W}$. La puissance réfléchi P_b , vérifie donc

$$P_r = P_a + P_b \Rightarrow 1 = \frac{P_a}{P_r} + \frac{P_b}{P_r}$$

Par définition de l'énoncé, l'albédo $A = \frac{P_b}{P_r}$. Il vient donc :

$$A = 1 - \frac{P_a}{P_r} = 1 - \frac{3 \cdot 10^{16}}{4,5 \cdot 10^{16}} = 0,33 = 33\%$$

Partie B: Ordres de grandeur des phénomènes en jeu

Dans cette partie, il est demandé de calculer "à la hache" des estimations de quantité physiques. Il est demandé de définir la notion d'ordre de grandeur. Il est important de ne pas se manquer sur ces explications et surtout d'étayer toutes les applications numériques avec de la culture générale. C'est pourquoi il est vivement conseillé de lire des revues scientifiques et techniques tout le long de l'année.

I. Expression de la puissance du moteur

1.1. L'ordre de grandeur d'une quantité physique est "à priori" la puissance de 10 de la valeur numérique, donnée dans un système d'unités, lorsque l'on écrit cette valeur numérique sous forme scientifique. La précision avec laquelle on détermine l'ordre de grandeur est fonction du degré de certitude en la mesure concernée. Par exemple, l'ordre de grandeur de la distance moyenne Terre-Soleil est de 10^8 m , car l'énoncé nous donne 2 chiffres significatifs pour cette distance. Au contraire, l'ordre de grandeur de la taille du système solaire est compris entre 30 et 100 unités astronomiques (l'unité astronomique vaut justement D). cet ordre de grandeur est mal connu car les limites même du système solaire sont mal connues. Quand peut on dire que l'on est dedans ou dehors ? Faut il prendre en compte les effets gravitationnels, magnétiques, radiatifs, ... ?

Cependant, si l'on veut donner une "formule" simple à utiliser, on pourra définir l'ordre de grandeur comme l'arrondi à un chiffre significatif entier du logarithme décimal de la quantité Q considérée.

$$Odg = \text{arrondi}[\log(Q)]$$

1.2. Analyse énergétique.

1.2. a. La figure 4 représente les deux vues demandées. Le bateau sera assimilé, dans ces questions à un rectangle matériel de dimensions $L \times h$ qui se déplace dans l'eau suivant la direction normale à la surface du rectangle.

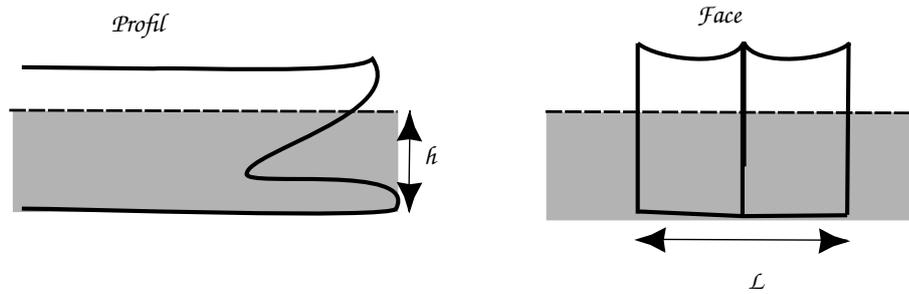


Figure 4 – Schéma de profil et de face de la trace d'un bateau. En gris, l'eau.

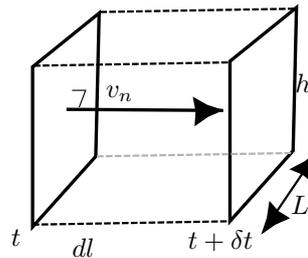


Figure 5 – Déplacement d'un rectangle $L \times h$ pendant le laps de temps δt , à la vitesse v_n , représenté en perspective cavalière.

1.2. b. Pendant un laps de temps δt , le rectangle se déplace d'une distance $dl = v_n \delta t$ selon la direction normale au rectangle, comme indiqué sur le schéma de la figure 5. Le volume $d^3\tau$ élémentaire d'eau déplacé pendant ce laps de temps, n'est rien d'autre que le volume élémentaire généré par le déplacement du rectangle. Il vient donc l'égalité

$$d^3\tau = dl \times h \times L = v_n \times \delta t \times h \times L$$

La masse d'eau déplacée, δm est donc

$$\delta m = \rho_0 \times d^3\tau = \rho_0 \times v_n \times \delta t \times h \times L \quad (1)$$

1.2. c. Prenons pour système mécanique fermé, cette masse δm . Sa variation d'énergie cinétique ΔE_c entre les instant t et $t + \delta t$ s'écrit donc :

$$\Delta E_c = E_c(t + \delta t) - E_c(t)$$

Faisant l'hypothèse que la quantité d'eau possède une vitesse nulle à l'instant t et une vitesse v_n à l'instant $t + \delta t$, alors

$$\Delta E_c = E_c(t + \delta t) = \frac{1}{2} \delta m \times v_n^2$$

Intégrant dans cette relation, la relation (1), il vient :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \rho_0 \times \delta t \times h \times L \times v_n^3 \quad (2)$$

1.2. d. Il est alors possible d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant t et l'instant $t + \delta t$. Soit W_b le travail de la force, \vec{F}_b , qu'exerce le bateau sur cette masse d'eau pendant le laps de temps δt , alors

$$\Delta E_c = W_b \Rightarrow \frac{1}{2} \rho_0 \times h \times L \times v_n^3 = \frac{W_b}{\delta t}$$

La quantité $\frac{W_b}{\delta t}$ n'est rien d'autre que la puissance mécanique de la force \vec{F}_b . Cette puissance est fournie uniquement par le moteur du bateau. Finalement la puissance mécanique P_M est bien ce rapport. Il vient donc :

$$P_M = \frac{1}{2} \rho_0 \times h \times L \times v_n^3 \quad (3)$$

I.3. Par une analyse dimensionnelle. L'hypothèse est faite que l'on peut chercher P_M sous la forme :

$$P_M = L^\alpha h^\beta \rho_0^\gamma v_n^\mu$$

expression dans laquelle α β γ μ sont les inconnues que nous allons déterminer.

Cette méthode efficace et élégante est souvent utilisée pour anticiper la forme d'une loi, lorsque l'on sait que les calculs vont être lourds et complexes. La page wikipedia de cette méthode est assez bien renseignée :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_dimensionnelle#C2.AB_Principe_z.C3.A9ro_.C2.BB_de_la_physique_th.C3.A9orique

I.3. a. De façon générale, la dimension d'une puissance $[P]$ est celle d'une énergie $[E]$ divisé par un temps. Soit

$$[P] = \frac{[E]}{[T]}$$

Or la dimension de l'énergie peut s'exprimer simplement par la relation de l'énergie cinétique :

$$[E] = [M] [V]^2 = \frac{[M] [L]^2}{[T]^2}$$

D'où

$$\boxed{[P] = [M] [L]^2 [T]^{-3}} \quad (4)$$

I.3. b. La dimension de la masse volumique est celle du rapport d'une masse par une longueur au cube (volume), soit :

$$[\rho_0] = [M] [L]^{-3}$$

Si bien que la relation donnée par l'énoncé, s'énonce simplement par

$$\boxed{[P_M] = [L]^{\alpha+\beta-3\gamma+\mu} [M]^\gamma [T]^{-\mu}} \quad (5)$$

I.3. c. Attention! Attenzione! Achtung! Attenzione! Cuidado! Aandag! L'énoncé donne la réponse et demande de **déduire** des réponses précédentes. Le correcteur n'attend donc pas le résultat du calcul puisque ce dernier est donné. Il attend des arguments pertinents. En particulier, rien n'indique que nous aurons assez d'équations pour nos 4 inconnues. Il faudra donc faire des choix de détermination qu'il sera nécessaire de justifier pertinemment

Des relations (5) et (4) vient immédiatement :

$$[M] [L]^2 [T]^{-3} = [L]^{\alpha+\beta-3\gamma+\mu} [M]^\gamma [T]^{-\mu}$$

Par identification des puissances des dimensions, il vient immédiatement :

$$\mu = 3; \quad \gamma = 1; \quad \text{et } \alpha + \beta - 3\gamma + \mu = 2 \Rightarrow \alpha + \beta = 2$$

Nous avons 3 équations pour 4 inconnues. α et β ne peuvent pas être déterminés de façon univoque par cette méthode. Il nous faut un argument de plus. Il se trouve que les quantités de largeur et de hauteur immergées sont symétriques dans notre modèle. En effet, l'eau évacuée n'est pas considérée comme stratifiée en pression ou en masse volumique en fonction d'une des deux directions (largeur ou hauteur). Du coup cet argument de symétrie nous amène à faire l'hypothèse que le rôle joué par l'un ou l'autre (h ou L) est identique. Raisonnablement, on peut donc chercher les solutions telles que $\alpha = \beta$. Il vient donc immédiatement :

$$\alpha = \beta = 1 \text{ et } \gamma = 1 \text{ et } \mu = 3$$

I.3. d. Il vient donc que P_M est proportionnel à la quantité $L h \rho_0 v_n^3$. Soit ,

$$P_M = \kappa L h \rho_0 v_n^3$$

où κ est donc une constante adimensionnée, puisque sa présence ne doit pas modifier l'analyse dimensionnelle

I.3. e. Cette dernière expression est complètement compatible avec l'analyse énergétique. Il suffit de prendre $\kappa = 0,5$ pour retrouver une identité entre les deux approches.

En vérité, cela n'a aucune importance, puisque ces analyses "à la hache" nous permettent d'évaluer les ordres de grandeur de quantités énergétiques mises en jeu dans le porte-container. Nous n'en sommes pas du tout à un facteur 2 près. Donc l'une ou l'autre de ces expressions seront adaptées pour faire les applications numériques.

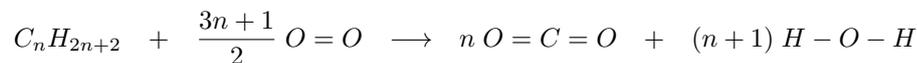
II. Application numérique

II.1. L'énoncé rappelle que

$$1 \text{ tep} = 42 \text{ GJ}$$

Le pétrole est un gros mélange de composés organiques, plus ou moins complexes, plus ou moins denses. Il y a des huiles, des essences des composés très volatils... Pour retrouver cet ordre de grandeur, nous pouvons faire un calcul simple sur une combustion d'alcane de formule brute C_nH_{2n+2} . En effet, les alcanes sont contenus dans le pétrole, et en sont extraits par distillation. L'essence automobile est normée industriellement sur l'octane (C_8H_{18}): il s'agit d'un mélange dont on calibre la combustion sur celle de l'octane.

Pour un alcane, la réaction chimique est équilibrée moléculairement de la façon suivante (on a fait figurer les formules semi développées pour montrer les doubles et simples liaisons):



Le bilan énergétique ΔH de cette oxydation s'obtient par destruction et création des liaisons. On détruit $n-1$ liaisons $C-C$, $(3n+1)/2$ liaisons $O=O$ et on crée $2n$ liaisons $C=O$ et $2n+2$ liaisons $O-H$. Soit,

$$\Delta H = -2nE_l(C=O) - (2n+2)E_l(O-H) + \frac{3n+1}{2} E_l(O=O) + (n-1)E_l(C-C) + (2n+2)E_l(C-H)$$

Attention! Par convention, les énergies de liaison sont toujours données de façon positive. D'un point de vue habituel en thermodynamique, elles devraient être données comme négatives (la référence étant l'état non lié d'énergie nulle). Du coup, dans ces bilans enthalpiques (on peut utiliser les fonctions H ou G , cela importe généralement peu), il faut faire attention à faire la différence "réactifs moins produits", ce qui est à l'opposé du sens conventionnel de la Thermodynamique, où l'on fait toujours "final moins initial". Bref, encore un coup tordu des chimistes: non contents de faire des réactions qui sentent mauvais et qui font du bruit, ils font n'importe quoi avec les calculs...

Numériquement, il vient donc:

$$\begin{aligned} \Delta H &= -2n \times 799 - (2n+2) \times 459 + \frac{3n+1}{2} \times 494 + (n-1) \times 346 + (2n+2) \times 411 \text{ kJmol}^{-1} \\ &= -607n - 195 \text{ kJmol}^{-1} \end{aligned}$$

La masse molaire M_a d'un alcane est

$$M_a = 12 \times n + 2 \times n + 2 = 14 \times n + 2 \text{ g. mol}^{-1}$$

La chaleur dégagée par unité de masse d'alcane est donc en valeur absolue

$$Q = \frac{|\Delta H|}{M_a} = \frac{607n + 195}{14n + 2} \text{ kJ.g}^{-1}$$

Si on considère que n est assez grand,

$$Q = \frac{607n + 195}{14n + 2} = \frac{+607 + 195/n}{14 + 2/n} \sim \frac{607}{14} \sim 43 \text{ kJ.g}^{-1}$$

Un gramme d'alcane dégage une quantité d'énergie de 43 kJ. Donc une tonne dégage une quantité de $43 \text{ kJ} \times 10^6$. Soit

$$1 \text{ tep} \sim 43 \text{ GJ}$$

On obtient donc un résultat proche de la valeur légale, par ce petit raisonnement. La différence provient principalement du fait que le pétrole est un produit hétérogène. C'est un mélange et sa qualité dépend beaucoup de son lieu d'extraction. La tonne équivalent pétrole est donc une valeur "moyenne", que l'on ne peut donc retrouver qu'en mesurant réellement la chaleur dégagée par une combustion donnée.

11.2. Consommation horaire du porte container

L'énoncé est ici assez "vache" dans la mesure où il ne donne pas les dimensions du bateau. D'autre part, la vitesse de 7 nœuds est assez peu crédible pour un porte-container qui va quand même plus vite que ça. Enfin l'énoncé ne donne pas la conversion de vitesse entre le nœud et le m/s. Il faut donc faire preuve ici d'esprit d'initiative et d'esprit critique, vis à vis aussi de l'énoncé.

11.2. a. Le nœud est une unité de mesure maritime de la vitesse. Il correspond à une distance d'un mile nautique parcouru en une heure. Le mile nautique est une unité, philosophiquement assez proche du mètre historique, puisqu'il s'agit de la longueur d'une minute de degré d'un quart de méridien terrestre. Une circonférence de Terre vaut à peu près 40.10^6 m. Donc le mile vaut approximativement :

$$1 \text{ mi} \sim 10^7 / (90 \times 60) = 1,85.10^3 \text{ m}$$

Un nœud (noté souvent k_t) vaut donc :

$$1 \text{ k}_t = 1 \text{ mi} \cdot \text{h}^{-1} = 1,85.10^3 / 3600 \sim 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Nous avons donc numériquement le nœud en unité SI. Pour pouvoir appliquer numériquement la relation (3), il nous faut envisager une dimension pour le navire. Il est question d'un porte-container et pas d'un bateau pour enfant en plastique. La largeur du bateau est de plusieurs dizaine de mètres. On peut prendre $L = 50$ m pour se fixer les idées. La ligne de flotaison impose un tirant d'eau relativement important. En effet, ces bateaux ne peuvent accoster que dans les ports dits en eaux profondes. On peut prendre $h \sim 20$ m (20×50 est une quantité facile à calculer !!). La masse volumique de l'eau est $\rho_0 = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Reprenant la relation (3), il vient donc :

$$P_M = \frac{1}{2} \rho_0 \times h \times L \times v_n^3 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 20 \times 50 \times (7 \times 0,5)^3 \sim 20.10^6 \text{ W}$$

Soit

$$P_M \sim 20 \text{ MW}$$

11.2. b. Le moteur du navire a un rendement $r \sim 40\%$. La puissance thermique P_Q fournie par le carburant est, par définition du rendement :

$$P_Q = \frac{P_M}{r} = \frac{20}{0,4} = 50 \text{ MW}$$

11.2. c. En un laps de temps t_1 le carburant du moteur du porte container aura du fournir une énergie thermique E_1 telle que

$$E_1 = P_Q \times t_1$$

La consommation massique C_c exprimée en tep pour le laps de temps t_1 unité de temps sera donc

$$C_c = \frac{E_1}{\text{tep}} = \frac{P_Q \times t_1}{\text{tep}}$$

Si t_1 est une heure alors

$$C_c = \frac{50.10^6 \times 3600}{42.10^9} = 4,3 \text{ tonnes}$$

On peut, ici, faire plusieurs remarques.

1. La vitesse d'un porte container est plutôt de l'ordre de 15 à 20 k_t . La consommation, dans notre modèle dépend de la vitesse, à la puissance cube !!. Autrement dit un doublement de la vitesse signifie une multiplication de la vitesse par un facteur 8 !. Un porte container navigant à 14 k_t , consommerait d'après notre modèle 32 tonnes de carburant à l'heure. Les données techniques accessibles donnent, à l'heure actuelle une consommation de l'ordre de 10 à 15 tonnes de carburant à l'heure.

2. *Encore une fois c'est l'ordre de grandeur qui est important puisque, notre modèle module la consommation, grâce à la taille du rectangle (h et L) que l'on a fixé un petit peu à la hussarde. La consommation se chiffre en dizaine de tonnes à l'heure.*
3. *Enfin notre modèle de "rectangle" déplacé est un peu brutal. En effet, la viscosité de l'eau entre en jeu. Le profil de la carène joue évidemment énormément sur l'efficacité de pénétration du bateau dans l'eau. Notre modèle possède l'énorme avantage de ne pas faire intervenir de physique des fluides, mais forcément, il ne peut alors être très précis.*

11.2. d. *Un véhicule particulier (voiture ou camion) a une consommation qui se chiffre en dizaine de kilogrammes de carburant à l'heure. C'est à dire 1000 fois moins que celle d'un porte-container.*

La durée de vie d'une voiture est de l'ordre du millier d'heures. Autrement dit, une voiture de particulier consomme autant de carburant durant toute sa vie qu'un porte-container pendant une heure. Un camion à plateforme, déplaçant un container, lui, a une durée de vie de l'ordre de la dizaine de milliers d'heures. Il consommera autant de carburant durant toute sa vie que le porte container en consommera en une journée, en gros.

Du coup, en terme de consommation on a une règle simple et grossière :

$$1 \text{ bateau} = 1000 \text{ voitures} = 100 \text{ camions.}$$

Un camion déplace un container à la fois. Un porte container en déplace quelques milliers. Donc en terme de capacité de chargement, on a

$$1 \text{ bateau} = 10000 \text{ camions}$$

Enfinement, pour une même cargaison déplacée, le bateau est 100 fois moins énergivore que le camion. Sauf que ce raisonnement ne tient pas compte du fait que les voies empruntées par les bateaux sont fondamentalement inaccessibles aux camions (Il est impossible de faire Le Havre-Miami par la route !).

Au delà de la curiosité, cette comparaison permet de mieux cerner les enjeux de réglementation écologique. En effet, l'imposition d'une norme technique de consommation sur un petit nombre de "gros" porte-containers, sera plus efficace que l'imposition de la même norme sur des milliers de véhicules particuliers. En effet, il sera plus simple de contrôler "peu" de grosses unités de consommation que l'équivalent disséminés sur des milliers de véhicules. En terme de pollution, il peut être intéressant de concentrer celle ci afin de mieux la maîtriser. Cette analyse est visiblement celle établie par la commission européenne qui s'engage sur la voie de la réglementation déclarative en terme de consommation dans le secteur maritime comme le montre le document présenté par l'énoncé. 11.3. On rejoint dans cette question les remarques faites deux questions plus haut. En réalité, la longueur du bateau intervient dans la puissance mécanique, puisque la longueur du bateau influe sur l'écoulement de l'eau le long de la coque. Cependant, notre modèle, qui donne le bon ordre de grandeur, n'en tient pas compte. Ce qui est important pour l'efficacité de pénétration du bateau dans l'eau, c'est le profil de la coque au niveau de la proue. Un autre point clé est l'hélice. Il est très compliqué de faire une hélice efficace.

Notre petit modèle montre que si l'on veut augmenter, sans frais de carburant supplémentaire, la capacité d'emport du cargo, le mieux est de l'allonger, mais de ne pas l'élargir ou l'enfoncer dans l'eau.

Partie C: Solutions alternatives, alternatives et compagnie.

On entre ici dans le vif du sujet de la Thermodynamique. L'énoncé a bien endormi toutes les défenses, et le candidat est alors fin prêt pour se laisser aller à des expressions et des locutions peu précises et vite piégeuses. Donc soyez vigilants aux mots que vous employez, ici, c'est la planche savonneuse.

I. Généralités sur les moteurs thermiques

1.1. *De façon traditionnelle en Thermodynamique, la chaleur est définie par opposition au travail. Une définition à la fois opérationnelle et conceptuelle peut-être la suivante. Toute énergie susceptible de modifier l'état thermodynamique d'un système, échangée pendant une transformation et qui n'est pas du travail est appelée chaleur. Elle peut s'interpréter comme un flux d'énergie cinétique, entre le système et l'extérieur, agissant à l'échelle microscopique du système, et de façon désordonnée à cette échelle.*

I.2. L'entropie est une quantité physique qui mesure le désordre microscopique d'un système, lorsque ce dernier est observé à l'échelle macroscopique. L'entropie d'un système peut varier par le biais d'échange de chaleur avec l'extérieur mais aussi par création interne au système. Cette création d'entropie est liée fondamentalement à l'irréversibilité temporelle de la transformation que subit le système.

I.3. Le schéma bulle-flèches traditionnel en Thermodynamique est présenté sur la figure 6. Les quantités algébriques W (travail) et Q (chaleur),

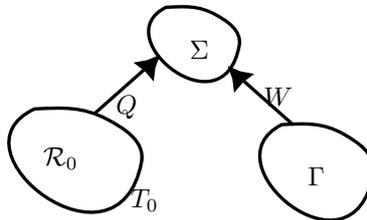


Figure 6 – Schéma bulle flèches d'une machine "monotherme, en contact avec un seul réservoir \mathcal{R}_0 à la température T_0 et un seul réservoir de travail Γ

sont comptées positivement vers le système, et représentent le bilan pour un cycle.

La variation d'énergie interne $\Delta U(\Sigma)$, pour le système Σ lors d'une transformation sur un cycle est nulle, car U est une fonction d'état. Par définition, lors d'une transformation cyclique, l'état initial est le même que l'état final.

$$\Delta U(\Sigma) = 0$$

D'autre part, le premier principe énonce quantitativement l'égalité suivante :

$$\Delta U(\Sigma) = W + Q \Rightarrow W = -Q$$

La variation d'entropie de Σ sur un cycle est aussi nulle (S est une fonction d'état), il vient donc :

$$\Delta S(\Sigma) = 0$$

L'énoncé du second principe donne une expression pour $\Delta S(\Sigma)$:

$$\Delta S(\Sigma) = S_e(\Sigma) + S_i(\Sigma) \text{ avec } S_e \text{ est l'entropie échangée par } \Sigma, S_i \text{ l'entropie créée et } S_i \geq 0.$$

Il vient donc :

$$S_e(\Sigma) = -S_i(\Sigma) \leq 0$$

D'autre part, le système "réservoir" est quant à lui toujours à l'équilibre thermodynamique. Pour ce système, lors d'un cycle de Σ , la création d'entropie est nulle. Le second principe s'écrit donc :

$$\Delta S(\mathcal{R}_0) = S_e(\mathcal{R}_0) + S_i(\mathcal{R}_0) = S_e(\mathcal{R}_0) = \frac{(-Q)}{T_0}$$

D'après le schéma bulle-flèches de la figure 6, Σ n'échange de la chaleur qu'avec \mathcal{R}_0 . Il n'échange de l'entropie qu'avec le réservoir de température. Il vient donc :

$$S_e(\Sigma) = -S_e(\mathcal{R}_0) = \frac{Q}{T_0}$$

Finalement, on arrive à l'inégalité sur la chaleur puis sur le travail :

$$\frac{Q}{T_0} \leq 0 \Rightarrow W \geq 0$$

Σ ne peut agir en moteur vis à vis de l'extérieur, puisque globalement sur un cycle, il reçoit du travail et n'en fournit pas à l'extérieur.

I.4. Rendement d'une machine cyclique motrice ditherme

I.4. a. Le schéma "bulle-flèches" d'une machine ditherme (2 sources de chaleur) est représenté sur la figure 7. Les deux températures de réservoirs sont différentes, sinon, on serait dans le cas étudié dans la question précédente. Par convention, $T_1 > T_0$.

L'énoncé demande de rappeler (sans forcément redémontrer) la célèbre inégalité de Clausius-Carnot. Nous n'allons pas la redémontrer dans le

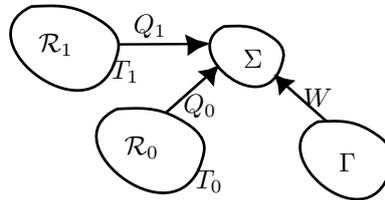


Figure 7 – Schéma bulle flèches d'une machine "ditherme, en contact avec deux réservoirs \mathcal{R}_0 à la température T_0 et \mathcal{R}_1 à la température T_1 et un seul réservoir de travail Γ

détail, mais simplement rappeler les grandes lignes de la démonstration. L'application du premier principe sur un cycle amène à la relation

$$W + Q_1 + Q_0 = 0$$

L'application du second principe au système Σ , puis à l'ensemble des 4 systèmes $(\Sigma, \mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \Gamma)$ suivi d'une discussion sur les échages d'entropie analogue à celle faite dans la question précédente, amène à l'inégalité demandée :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_0}{T_0} \leq 0$$

Cette inégalité vient fondamentalement du signe de S_i , qui est strictement positive si les transformations sont non quasi-statique et nulle sinon.

I.4. b. Une machine cyclique fonctionnant entre deux sources de chaleur distinctes possède 2 grands types de fonctionnement. Elle peut être actionnée en pompe à chaleur : le système Σ récupère de la chaleur auprès de la source froide et en cède à la source chaude, aidé par un apport de travail. C'est le principe des climatiseurs, des chauffages par pompe à chaleur, des réfrigérateurs, ... Le second type de fonctionnement est le fonctionnement moteur. Le système Σ récupère de la chaleur auprès de la source chaude, en cède à la source froide et cède du travail à l'extérieur. C'est ce cas qui nous intéresse ici.

Dans les deux cas de figure, un indicateur de l'efficacité énergétique de l'ensemble du dispositif est un rapport adimensionnée entre l'énergie que l'utilisateur va pouvoir récupérer de la machine et celle qu'il a du forcément lui fournir pour qu'elle fonctionne. L'indicateur d'efficacité ε_f peut donc se définir comme un indicateur économique :

$$\varepsilon_f = \left| \frac{\text{Énergie utile récupérée}}{\text{Énergie indispensable au fonctionnement de la machine fournie par l'utilisateur}} \right|$$

Avec cette définition générale, il est possible de retrouver simplement les différentes expressions de cet indicateur selon le type de machine.

Pour un moteur, l'énergie utile récupérée est le travail W et l'énergie indispensable est la quantité de chaleur échangée avec la source chaude Q_1 . D'après le fonctionnement du moteur $Q_0 < 0$, $Q_1 > 0$ et $W < 0$. Or $W = -Q_1 - Q_0$. Il vient donc immédiatement que :

$$|W| < |Q_1|$$

Pour le moteur, le rapport ε_f est appelé rendement et est noté traditionnellement r .

$$r = \left| \frac{W}{Q_1} \right| < 1$$

I.4. c. Dans le cas où le cycle subi par le système est composé uniquement de transformations quasi-statiques, alors l'inégalité de Clausius-Carnot devient une égalité :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_0}{T_0} = 0 \Rightarrow \frac{Q_0}{Q_1} = -\frac{T_0}{T_1}$$

Or

$$W = -Q_1 - Q_0 \Rightarrow \frac{W}{Q_1} = 1 + \frac{Q_0}{Q_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1}$$

Le rendement de Carnot r_c a donc pour expression :

$$r_c = 1 - \frac{T_0}{T_1}$$

Ce rendement maximal théorique est obtenu lorsque toutes les transformations sont quasi-statiques, si elles ne le sont pas le rendement est forcément plus faible, à cause de l'inégalité de Clausius-Carnot.

II. Moteur de Stirling idéal

Comme dans tous les exercices à base de cycle, c'est la farandole des notations. En plus, l'énoncé, ici, demande d'explicitier les résultats en fonction de deux pressions P_0 et P_1 qui ne sont pas définies. Bref, c'est pénible. Donc avant de se lancer tête première dans les réponses, il faut déjà, faire un schéma clair du cycle sur lequel on fait figurer les notations que l'on emploiera. Le but final étant de dimensionner la taille du moteur de Stirling, il faut être synthétique dans les réponses aux questions préalables.

II.1. Le graphe demandé est présenté sur la figure 8. Les notations y sont définies.

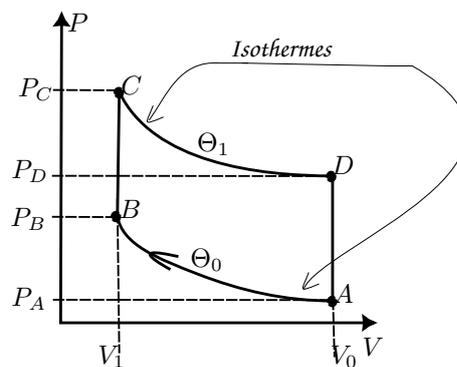


Figure 8 – Diagramme de Watt ($P(V)$) du cycle de Stirling, composé de deux isochores et de deux adiabatiques. Le cycle est parcouru dans le sens de la flèche dans l'ordre alphabétique des points remarquables.

On remarque sur ce graphe que :

$$V_A = V_D = V_0 \text{ et } V_B = V_C = V_1$$

II.2. Il nous faut relier l'état du gaz en chaque point remarquable aux données techniques du moteur, en l'occurrence les deux volumes V_1 et V_0 . L'énoncé demande d'utiliser le rapport de pression mais celles-ci ne sont pas définies. Il y a peut-être une erreur dans l'énoncé qui demande d'utiliser des pressions alors qu'il faudrait utiliser des volumes. On commence donc par exprimer les quantités en fonction des volumes qui sont fixés à la construction

Branche AB : transformation isotherme de gaz parfait.

$$P_A V_0 = nR\Theta_0 = P_B V_1 \Rightarrow P_B = P_A \frac{V_0}{V_1}$$

Branche BC : transformation isochore de gaz parfait.

$$P_C V_1 = nR\Theta_1 \Rightarrow P_C = P_B \frac{\Theta_1}{\Theta_0} = P_A \frac{V_0}{V_1} \frac{\Theta_1}{\Theta_0}$$

Branche CD : transformation isotherme de gaz parfait.

$$P_C V_1 = nR\Theta_1 = P_D V_0 \Rightarrow P_D = P_C \frac{V_1}{V_0} = P_A \frac{\Theta_1}{\Theta_0}$$

II.3. Branche AB : transformation isotherme de gaz parfait.

$$\Delta U_{AB} = n c_v^n (\Theta_0 - \Theta_0) = 0 = W_{AB} + Q_{AB} \Rightarrow W_{AB} = -Q_{AB}$$

D'autre part sur une transformation quasi-statique, le travail a pour expression :

$$W_{AB} = - \int_A^B P dV = - \int_A^B \frac{nR\Theta_0}{V} dV = nR\Theta_0 \ln \left[\frac{V_0}{V_1} \right]$$

De façon analogue, la branche CD est aussi une isotherme de gaz parfait. On obtient donc formellement les mêmes résultats :

$$W_{CD} = nR\Theta_1 \ln \left[\frac{V_1}{V_0} \right] \text{ et } Q_{CD} = -W_{CD}$$

II.4. Sur les deux isochores, le travail échangé est forcément nul ($dV = 0$). Sur les deux isochores, on a donc l'égalité :

$$\Delta U = Q = n c_v^n \Delta \Theta$$

D'après les relations de Mayer, $c_v^n = \frac{R}{\gamma - 1}$. Soit finalement :

$$Q_{BC} = n \frac{R}{\gamma - 1} (\Theta_1 - \Theta_0) \text{ et } Q_{DA} = n \frac{R}{\gamma - 1} (\Theta_0 - \Theta_1)$$

Remarquons que Q_{DA} et Q_{BC} sont opposées.

Pour la lisibilité, on peut synthétiser ces résultats énergétiques dans un petit tableau. Posons

$$\xi = \frac{V_1}{V_0}$$

AB	$W_{AB} = -nR\Theta_0 \ln(\xi)$	$Q_{AB} = +nR\Theta_0 \ln(\xi)$
BC	$W_{AB} = 0$	$Q_{BC} = n \frac{R}{\gamma - 1} (\Theta_1 - \Theta_0)$
CD	$W_{CD} = +nR\Theta_1 \ln(\xi)$	$Q_{CD} = -nR\Theta_1 \ln(\xi)$
DA	$W_{DA} = 0$	$Q_{DA} = n \frac{R}{\gamma - 1} (\Theta_0 - \Theta_1)$

II.5. Application numérique d'ordre de grandeur

L'énoncé demande ici de trouver la taille du moteur de Stirling qui remplacerait le moteur diesel, dans l'hypothèse d'un moteur idéal, c'est à dire avec un rendement de Carnot. Les températures sont données, ce qui permet de calculer le rendement, donc de calculer Q_1 puisque on a W par l'application numérique du porte container, et donc de calculer Q_0 . c'est ce que propose l'énoncé.

II.5. a. Numériquement $\Theta_1 = 27^\circ \text{C} = 300 \text{ K}$ et $\Theta_0 = 7^\circ \text{C} = 280 \text{ K}$ le rendement de Carnot de ce moteur est donc :

$$r_c = 1 - \frac{\Theta_0}{\Theta_1} = 1 - \frac{280}{300} = 0,07 = 7\%$$

Le cycle dure $\delta t_c = 1 \text{ s}$. Reprenant l'analyse énergétique du moteur diesel du porte container, il faut que

$$W = -P_M \delta t_c = -20.10^6 \times 1 = -20 \text{ MJ}$$

La quantité de chaleur Q_1 elle vérifie :

$$Q_1 = \left| \frac{W}{r_c} \right| = \frac{20.10^6}{0,07} \sim 286. \text{ MJ}$$

La quantité de chaleur Q_0 elle vérifie :

$$Q_0 = -W - Q_1 = +20 - 286 = -266 \text{ MJ}$$

II.5. b. La chaleur Q_1 est échangée durant le trajet isotherme C_D pendant lequel le système du gaz est en contact avec le thermostat chaud. On peut donc écrire que le moteur de Stirling modélisé dans le cycle de la figure 8 doit vérifier

$$Q_1 = Q_{CD} \Rightarrow -nR\Theta_1 \ln(\xi)$$

Cette équation doit nous permettre numériquement d'extraire n , à supposer que l'on connaisse ξ . Or l'énoncé n'a rien exposé sur la valeur du rapport des volumes. Nous devons faire ici preuve d'esprit d'initiative, et utiliser notre mémoire et notre sens physique. Dans le moteur de Stirling classique que l'on trouve en salle de TP, on peut estimer le rapport des volumes autour d'un facteur 10.

Numériquement, nous prendrons donc $\xi = 0,1$. soit :

$$Q_1 = Q_{CD} \Rightarrow -nR\Theta_1 \ln(\xi) \Rightarrow n = -\frac{Q_1}{R\Theta_1 \ln(\xi)} = -\frac{286 \cdot 10^6}{8,314 \times 300 \ln(0,1)} \sim 5 \cdot 10^4 \text{ mol}$$

Il faudrait donc avoir une enceinte contenant

$$n = 5 \cdot 10^4 \text{ mol}$$

II.5. c. Dans l'état de départ du cycle, le gaz est proche des conditions de températures et pression atmosphériques. Une mole occupe donc un volume d'une trentaine de litres. Le volume V_0 initial doit donc être :

$$V_0 = 5 \cdot 10^4 \times 30 \cdot 10^{-3} \sim 1500 \text{ m}^3$$

II.5. d. Ce volume représente un cube de $\sim 1500^{1/3} \sim 12 \text{ m}$ de côté, ou encore un cylindre de 12 m de long pour un rayon d'approximativement 6 m .

II.5. e. D'un point de vue stérique, il n'est pas impensable de faire entrer une unité motrice de cette taille dans un bateau porte container. En terme de place, c'est compatible, du seul point de vue du cylindre. Il y a cependant un élément non pris en compte, c'est l'efficacité de l'échange thermique entre le cylindre et l'eau de mer. En effet sur un aussi gros cylindre, il sera difficile d'assurer une bon échange. D'autre part, il faudrait pomper de l'eau à grande profondeur pour que celle ci soit assez froide (7°C). De telles températures se trouvent à des dizaines voire des centaines de mètres. Or remonter de l'eau par des tuyaux, ça a aussi un coût énergétique.

III. Moteur électrique

III.1. Le rendement de conversion r_e d'un panneau est de l'ordre de $r_e = 10\%$. L'éclairement moyen, E_m , de la Terre a pour ordre de grandeur $E_m \sim 1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Par un panneau photovoltaïque, on peut donc espérer produire une puissance électrique P_e par unité de surface de l'ordre de

$$P_e = r_e \times E_m = 0,1 \times 1000 = 100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Pour fournir la puissance $P_M = 20 \text{ MJ}$ nécessaire au porte container, il faudrait donc une surface de panneau solaire de l'ordre de

$$S = \frac{P_M}{P_e} = \frac{20 \cdot 10^6}{100} = 2 \cdot 10^5 \text{ m}^2$$

Cette surface est celle d'un carré de $(2 \cdot 10^5)^{1/2} \sim 450 \text{ m}$, ou d'un rectangle de 1 km de long sur 200 de large, c'est à dire a peu près 20 stades de football. Si toute la surface du porte container était couverte de panneaux, cela ne suffirait pas à produire suffisamment de puissance pour le faire avancer. Il faudrait que le bateau tracté derrière lui un gigantesque flotteur bardé de cellules photovoltaïques.

III.2. Une batterie produit une tension standard $U_0 \sim 10 \text{ V}$. Pour assurer un fonctionnement sur une puissance mécanique P_M , il faudrait alimenter les moteur avec une intensité I telle que :

$$I = \frac{P_M}{U_0} = \frac{20 \cdot 10^6}{10} = 2 \cdot 10^6 \text{ A}$$

Sur une période $T = 12$ heures, cela représente une quantité de charges électriques Q_e telle que :

$$Q_e = T \times I = 2 \cdot 10^6 \times 12 \times 3600 = 8,6 \cdot 10^{10} \text{ C}$$

Une batterie de 40 A.h possède une charge q_e de $q_e = 40 \times 3600 \sim 1,4 \cdot 10^5$. Il faudrait donc un nombre n_b de batteries tel que

$$n_b = \frac{Q_e}{q_e} = \frac{8,6}{1,4} \cdot 10^5 = 6 \cdot 10^5$$

Il faudrait donc 600000 batteries !

Une batterie classique a une masse de l'ordre de la dizaine de kilogrammes. Il faudrait donc que le bateau transporte une masse de 6 millions de kilogrammes de batteries, soit 6000 tonnes de batteries pour fonctionner pendant 12 heures. En terme de masse, avec 6000 tonnes de carburant fossile, le porte container peut naviguer pendant au moins 600 heures (trois semaines). Donc en terme de place, il serait possible de truffier le bateau de batteries, mais en terme d'autonomie, ce serait absolument ingérable.

III.3. Plusieurs réflexions pour conclure sur la problématique énergétique du transport maritime.

1. Pour beaucoup de raisons, on voit qu'il est techniquement difficile de s'affranchir du fuel lourd dans le transport marin. Sur le bateau électrique, on peut imaginer des progrès sur les batteries (tels qu'on l'a vu pour les applications électroniques nomades). Le souci majeur est que pour le moment, ces technologies à la pointe utilisent des métaux très rares (comme le Lithium) dont la quantité sur Terre ne sera jamais suffisante pour assurer la quantité de batteries colossales qu'il faudrait produire.
2. Une des voies en développement est de revenir à des cargos à voile. En effet, une voile ne prend pas beaucoup de place une fois rangée. L'idée est d'accrocher un cerf-volant (comme un kite surf géant) au bateau. On peut alors imaginer des cargos, avec des systèmes à voiles, qu'il mettrait en œuvre, au large, en complément du moteur thermique. Une baisse de consommation d'un porte container de quelques pourcents se chiffrant en gigantesque économie en valeur absolue ce système pourrait être une alternative simple et peu onéreuse. Plusieurs sociétés travaillent à ce concept :
http://www.francetvinfo.fr/marine-marchande-et-cargos-a-voile_346360.html
3. Enfin, on peut s'amuser à calculer combien de grammes d'uranium seraient consommés dans un réacteur nucléaire pour fournir une telle puissance mécanique. Il paraît déraisonnable, vu la quantité de cargos en circulation d'avoir des navires de frêt nucléaire. Pourtant, il faut savoir que les seuls bateaux civils à propulsion nucléaire sont russes, il s'agit de brise-glace, fabriqués dans les années 70 et toujours en activité.

— Fin —