

CONTRÔLE OPTIQUE ONDULATOIRE 1



Logo proposé par Chahine ABBAS , étudiant en PC L3 2012-2013

L'usage de la calculatrice est interdit. L'usage de tout document est interdit. La durée du contrôle est comprise entre 1h30 et 3h00, elle sera fixée par l'examineur. Le sujet est volontairement long. Faites bien ce que vous savez faire sans chercher nécessairement à aborder toute les parties.

PARTIE A: QUELQUES GÉNÉRALITÉS SUR L'OPTIQUE ONDULATOIRE

I. Des ordres de grandeur et des observations

- I.1. Quelle est la valeur de la vitesse de propagation des ondes lumineuses dans le vide ?
- I.2. Qu'appelle-t-on un milieu dispersif ?
- I.3. Donner un exemple spectaculaire où l'on peut observer le phénomène de dispersion.
- I.4. Donner un exemple spectaculaire de réfraction d'une onde optique
- I.5. Quelle est la plage de longueur d'onde de la lumière visible ? Quelle est sa plage en fréquence ?
- I.6. Quelles sont les longueurs d'onde correspondant aux couleurs bleue, jaune, vert, rouge ?
- I.7. Donner une explication aux questions suivantes, avec des schémas explicatifs :
 - I.7. a. Pourquoi le ciel est-il bleu ?
 - I.7. b. Pourquoi au soleil couchant le ciel est-il plutôt rouge ?
 - I.7. c. Pourquoi observe-t-on des mirages optiques dans le désert ?
 - I.7. d. Qu'est-ce que le rayon vert ?
 - I.7. e. Quel phénomène physique permet à la Lune de briller ?
 - I.7. f. Quel phénomène physique permet à Jupiter de briller ?
 - I.7. g. Quel phénomène physique permet à l'étoile Polaire de briller ?

I.7. h. Pourquoi la Lune possède des phases durant lesquelles on ne la voit pas complètement ? Il est impératif de faire des schémas pour cette explication

II. Un phénomène spatio-temporel

II.1. Donner en quelques lignes (100 mots maximum) une définition du phénomène ondulatoire.

II.2. Donner 2 exemples de la vie quotidienne où l'on peut observer des effets liés à la propagation d'onde.

II.3. Donner l'équation de D'ALEMBERT, en expliquant la nature ainsi que la dimension physique de chacun des termes.

II.4. L'équation de D'ALEMBERT est elle la seule expression pour un phénomène ondulatoire ?

II.5. Expliciter l'hypothèse de l'Optique Ondulatoire connue sous le nom d'hypothèse scalaire de l'optique.

II.6. Donner une définition de phénomène d'interférence optique et l'illustrer par un exemple.

II.7. Donner une définition du phénomène de diffraction en optique.

II.8. Quelle est la différence conceptuelle entre l'amplitude d'une onde et son intensité ?

PARTIE B: EXPÉRIENCE DES FENTES D'YOUNG SANS LENTILLES

I. Calculs préalables

En optique, le phénomène d'interférence est lié, principalement, à la différence de marche entre les ondes au point d'observation. Si l'on considère 2 ondes, de longueur d'onde λ qui interfèrent au point d'observation M , notant $\delta(M)$ la différence de marche entre les 2 ondes, alors, on peut généralement écrire l'intensité lumineuse au point M sous la forme :

$$I(M) = I_0 (1 + \cos(\phi(M))) \text{ avec } \phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(M) \quad (1)$$

- I.1.** Tracer l'allure de I en fonction de $\phi(M)$.
- I.2.** Comment appelle-t-on la quantité $\phi(M)$? Quelle est sa dimension? Quelle est son unité dans le système international?
- I.3.** Quelle distance $\Delta\phi_d$ sépare deux maxima de I ?
- I.4.** Quelle est la largeur $\Delta\phi_l$ d'un pic d'intensité à mi-hauteur?
- I.5.** Que représente physiquement la quantité $\delta(M)$?
- I.6.** Quelle est sa dimension? Quelle est son unité?

II. Expression de la différence de marche par le calcul analytique

Le dispositif de l'expérience historique des fentes d'Young est représenté sur la figure 1, toute la configuration ainsi que les notations sont définies dans la légende. Insistons ici sur un point. Les fentes S_1 et S_2 sont supposées infiniment longues dans la direction z orthogonale au plan de la figure. Par "infiniment longue", on suppose que leur longueur est très grande devant leur largeur. On observe uniquement dans le plan $z = 0$. L'axe z est représenté uniquement sur la figure 1, puisqu'il n'est pas utilisé après, il n'apparaît plus sur les autres figures. Le but est maintenant d'exprimer l'intensité $I(M)$ au point M en fonction de l'ordonnée y_M (on rappelle que $z_M = 0$ et que $x_M = D$) du point d'observation et des données de la configuration expérimentale.

- II.1.** Exprimer la différence de marche $\delta(M)$ entre les deux rayons issus de S_1 et S_2 qui se croisent en M , en fonction des distances S_1M et S_2M .
- II.2.** En utilisant les relations de Chasles

$$\overrightarrow{S_1M} = \overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GM} \text{ et } \overrightarrow{S_2M} = \overrightarrow{S_2O} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GM}$$

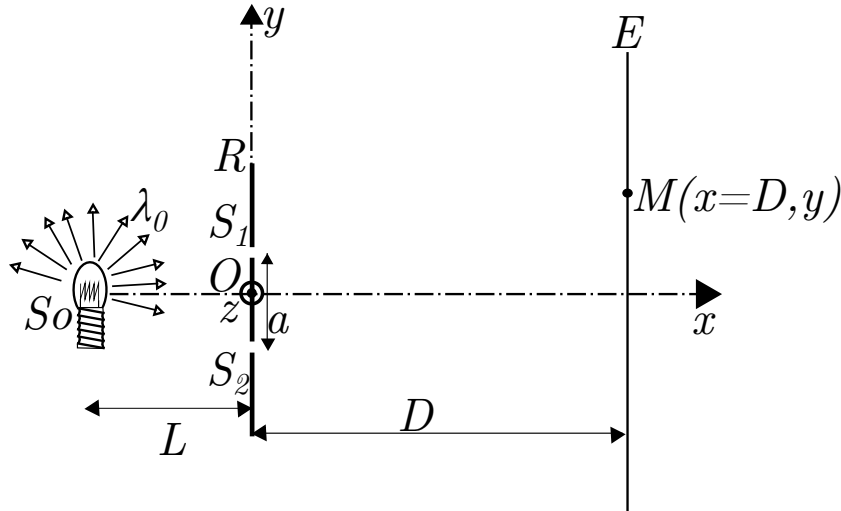


FIGURE 1 – Une source S_0 ponctuelle (schématisé naïvement par une ampoule) se situe à la distance L d'un écran R . Elle émet une vibration lumineuse, de longueur d'onde λ_0 dans toutes les directions. R est troué de deux fentes S_1 et S_2 distantes entre elles de la distance a . Le centre de S_1S_2 est noté O . Ce point sert de centre au repère cartésien x, y, z . L'observation s'effectue uniquement dans le plan $z = 0$. Cette coordonnée n'apparaîtra donc plus dans les équations. Chaque point est décrit par ses coordonnées cartésiennes. Ainsi $S_0(x = -b, y = 0)$, $S_1(x = 0, y = +a/2)$, $S_2(x = 0, y = -a/2)$, $G(x = D, y = 0)$. Le point d'observation $M(x_M, y_M)$ se déplace sur un écran E , situé à la distance D de R , ainsi $M(x_M = D, y_M)$. La distance D est supposée très grande devant a . D'autre part, le point M est tel que son ordonnée y_M sera toujours largement plus petite que D .

montrer que

$$S_1M^2 = D^2 \left(1 + \frac{\left(y_M - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2} \right) \text{ et } S_2M^2 = D^2 \left(1 + \frac{\left(y_M + \frac{a}{2}\right)^2}{D^2} \right) \quad (2)$$

II.3. En déduire alors l'égalité

$$S_2M^2 - S_1M^2 = 2ay_M \quad (3)$$

II.4. En utilisant un développement limité à l'ordre 2, montrer que les relations (2) permettent de montrer que :

$$S_1M + S_2M = 2D + \varepsilon$$

où ε est une petite quantité dont on exprimera l'ordre de grandeur en fonction de y_M, D et a .

II.5. L'égalité remarquable $S_2M^2 - S_1M^2 = (S_1M - S_2M)(S_1M + S_2M)$ permet d'écrire :

$$S_1M - S_2M = \frac{S_2M^2 - S_1M^2}{S_1M + S_2M}$$

En déduire alors une expression approchée au deuxième ordre de $S_1M - S_2M$, en fonction de y_M , D et a .

II.6. Montrer alors que

$$\delta(M) \sim \frac{ay_M}{D} \text{ et } \phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ay_M}{D}$$

II.7. Représenter graphiquement l'intensité I en fonction de y_M

II.8. Exprimer la distance Δy séparant deux maxima consécutifs de I en fonction de λ_0 , D et a . Comment s'appelle traditionnellement cette distance, notée souvent i ?

II.9. Exprimer la largeur à mi-hauteur, δy d'un pic en fonction de λ_0 , D , et a .

II.10. Comparer $\frac{\delta y}{\Delta y}$ à $\frac{\Delta_l \phi}{\Delta_a \phi}$

III. Expression de la différence de marche par considérations géométriques

Dans cette partie, on souhaite retrouver le résultat de l'expression de $\delta(M)$ par des considérations géométriques. Pour cela, on considère que la différence de marche entre les trajets S_1M et S_2M peut s'interpréter géométriquement comme une différence d'état de vibration entre les deux ondes sur ces deux trajets. Afin de modéliser cela, on fait l'hypothèse que le point M se situe à l'infini optique de l'écran troué R . Ainsi les deux droites S_1M et S_2M sont supposées parallèles : elles ne se croisent qu'en l'infini. Le faisceau parallèle sortant de S_1 et S_2 fait un angle α avec l'axe x . Le schéma est représenté sur la figure 2.

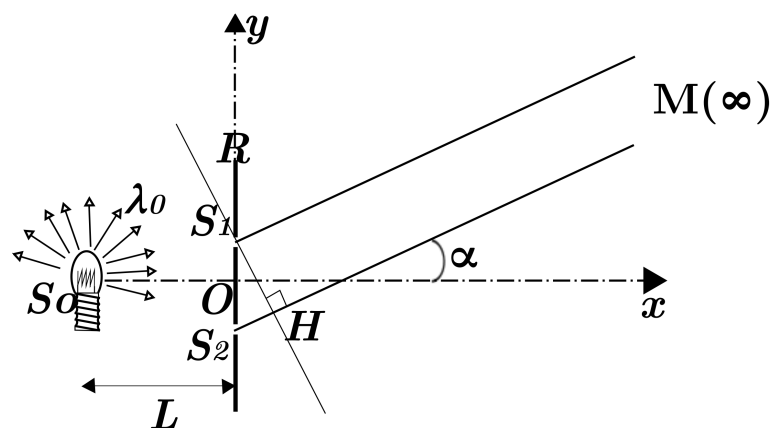


FIGURE 2 – Représentation géométrique des deux trajets S_1M , S_2M supposés sécants à $l'∞$ optique. La distance S_1S_2 est toujours égale à a .

L'état de vibration (la phase) de l'onde plane sur le trajet S_1M est constante dans tout plan orthogonal à sa direction de propagation. Ainsi, en reportant le projeté orthogonal, H , de S_1 sur le trajet S_2M , on fait apparaître géométriquement la différence de phase entre les deux vibrations au point M . La distance S_2H est donc la différence de marche entre les deux rayons.

III.1. Dans le triangle rectangle S_1HS_2 , montrer que l'angle au sommet S_1 (angle $\widehat{S_2S_1H}$) est α .

III.2. Ecrire la relation trigonométrique existant entre l'hypoténuse S_1S_2 de ce rectangle et le côté S_2H

III.3. Supposant l'angle α petit, en déduire la relation :

$$S_2H = a\alpha$$

III.4. Grâce à la figure 1, exprimer α en fonction de y_M et D .

III.5. Retrouver le résultat pour $\delta(M)$ en fonction de a , y_M et D .

IV. Utilisation d'une source décalée par rapport à l'axe x

Dans cette partie, l'influence d'un décalage vertical de la source S_0 est étudiée. Le montage de la figure 1 est alors modifié comme présenté sur la figure 3.

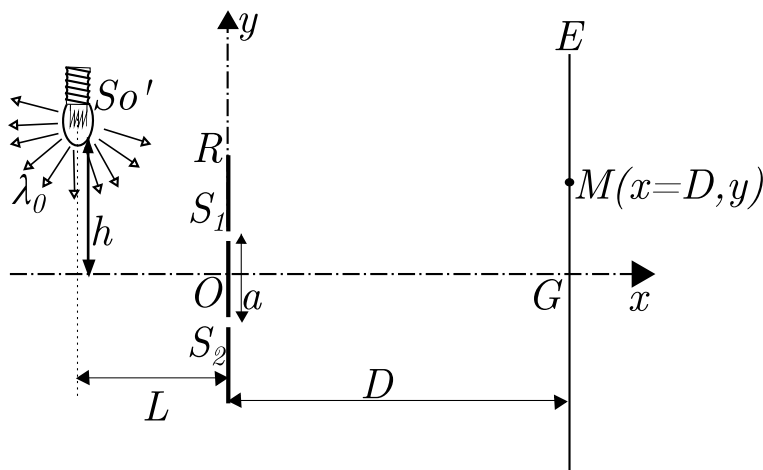


FIGURE 3 – Une source S'_0 ponctuelle se situe à la distance L de l'écran R . Elle est décalée de l'axe x d'une hauteur h . Ses coordonnées dans le repère sont donc $S'_0(x = -L, y = h)$. Le reste de la configuration est identique à celle de la figure 1

La différence de marche entre les chemins optiques $L(S_1M)$ et $L(S_2M)$ est la même que

précédemment. Cependant, il existe maintenant une différence non nulle entre les chemins optiques $L(S'_0S_1)$ et $L(S'_0S_2)$. Nous cherchons donc à comprendre comment l'interférogramme $I(M)$ sera modifié par rapport à celui de l'expérience où la source est centrée sur l'axe x .

IV.1. Exprimer la différence de marche $\delta(M)$ en fonction de S_1M , S_2M , S'_0S_1 et S'_0S_2 .

IV.2. En faisant l'hypothèse que la distance D est grande devant y_M (point M à l'infini), que la distance L est grande aussi devant h , montrer que la différence de marche en M s'écrit :

$$\delta(M) = a \left(\frac{y_M}{D} + \frac{h}{L} \right).$$

IV.3. Exprimer le déphasage $\phi(M)$ en fonction de a , y_M , h , L .

IV.4. Tracer sur un même graphique l'intensité $I(M)$ dans les cas où $h = 0$ (source centrée), et h non nul.

IV.5. Le Physicien RAYLEIGH a donné un critère de séparation visuelles des pics : 2 pics sont distincts si la distance qui les sépare est plus grande que leur largeur à mi hauteur. Traduire cette définition par une équation faisant intervenir $\Delta\phi_l$ et $\Delta\phi_d$, obtenus dans la partie "I. Calculs préalables". En déduire le critère que doit respecter h pour que les pics de l'interférogramme obtenu pour $h = 0$ soient séparées de ceux obtenus pour h non nul.

IV.6. Que devient l'interférogramme si l'on a plusieurs sources ponctuelles, situées entre S_0 et S'_0 ? Peut on utiliser une source étendue dans la direction y pour obtenir des interférences avec ce dispositif?

IV.7. A quelle époque RAYLEIGH a-t-il vécu?

PARTIE C: APPLICATION À LA MESURE

I. Mesure d'une longueur d'onde

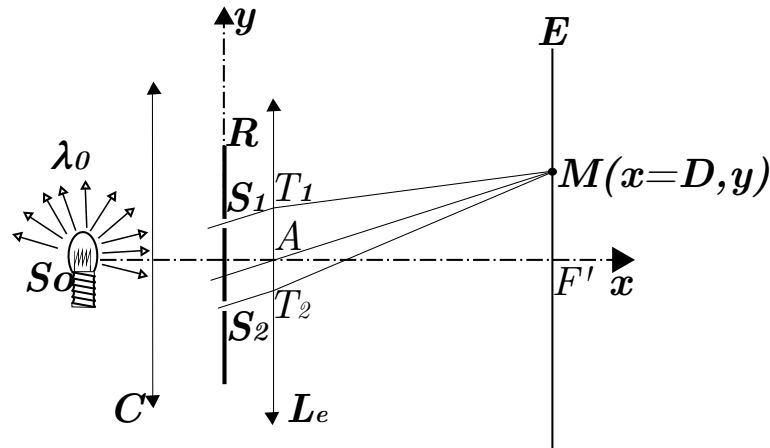


FIGURE 4 – Montage des fentes d’Young avec lentilles. Le condenseur C permet que le faisceau incident sur l’écran troué R soit parallèle à l’axe x . La lentille L_e , de distance focale f' conjugue l’écran de projection E , situé en son plan focal image, avec son infini de l’espace objet. Ainsi sur l’écran E se forme l’interférogramme qui se formerait à l’infini s’il n’y avait pas de lentille. Les points T_1 et T_2 sont les points de sorties de la lentille L_e des rayons issus de S_1 et S_2 convergeant en M . Pour les construire on utilise le fait que le rayon AM n’est pas dévié par la traversée de la lentille L_e . Tous les rayons possédant le même angle d’incidence vont converger au point M , foyer secondaire. On trace ainsi la parallèle à AM passant par S_1 (respectivement S_2), cette parallèle coupe L_e en T_1 (respectivement T_2). Il n’y a pas de différence de marche entre les rayons S_1T_1 et S_2T_2 puisqu’ils sont parallèles entre eux.

On utilise à présent le dispositif classique des fentes d’Young avec des lentilles représenté sur la figure 4. Le but de la mesure est d’évaluer la longueur d’onde de la source λ_0 .

I.1. Par la méthode de votre choix, et en spécifiant les approximations faites, montrer que la différence de marche $\delta(M)$ entre les rayons S_1M et S_2M est

$$\delta(M) = T_1M - T_2M = a \frac{y_M}{f'}$$

I.2. Donner l’expression de l’intensité $I(M)$ en fonction de λ_0 , y_M , f' , a .

I.3. Exprimer l’interfrange i en fonction de λ_0 , f' , a .

I.4. A l’aide d’un double décimètre, on mesure 13 franges brillantes sur une longueur $d = 6$ cm sur l’écran. La focale est $f' = 1$ m, la distance entre les fentes $a = 100 \mu\text{m}$.

I.4. a. Calculer numériquement l'interfrange i mesurée. Attention le nombre de franges n'est pas égal aux nombre d'interfranges!!

I.4. b. Donner l'expression de λ_0 en fonction de i .

I.4. c. Donner une évaluation numérique de la longueur d'onde utilisée pour cette expérience.

I.4. d. Quelle est la couleur de la source utilisée?

II. Mesure d'un indice optique

A présent que l'on connaît parfaitement la longueur d'onde de la source, on utilise ce dispositif pour déterminer l'indice optique d'un matériau. Pour cela, on reprend le montage de la figure 4.

II.1. Interférogramme de référence Tracer sur un graphe l'interférogramme $I_0(M)$ en fonction de y_M , calculé dans le paragraphe précédent "I. Mesure d'une longueur d'onde". Cet interférogramme est considéré ici comme une référence.

II.2. lame de verre. On place dans la fente S_2 une lame de verre d'épaisseur $e = 10\mu\text{m}$, d'indice optique n_v inconnu.

II.2. a. Exprimer la différence de marche $\delta_v(M)$ en fonction de e , a , n , y_M , et f' .

II.2. b. Exprimer le déphasage $\phi(M)$ en fonction de λ_0 , e , a , n , y_M , et f' .

II.2. c. Exprimer l'intensité lumineuse $I_v(M)$ en fonction des mêmes quantités.

II.2. d. Sur le même graphe que I_0 , représenter alors I_v .

II.2. e. Quelle mesure faite entre ces deux interférogrammes permet d'estimer n_v ?

II.3. Lorsque la lame de verre est placée, on remarque que l'intensité I_v a la même disposition spatiale que I_0 mais se trouve décalée (voir votre graphique). Le décalage de la frange brillante centrale $\Delta_0 y$ est mesurée à $\Delta_0 y = 5,2\text{cm}$.

II.3. a. En déduire numériquement l'indice optique n_v .

II.3. b. Matériellement, lorsque l'on introduit la lame en S_2 , on est obligé d'éteindre l'interférogramme I_0 . Comme le décalage mesuré $\Delta_0 y$ est de l'ordre de grandeur de la dizaine d'interfrange de I_0 , il est difficile de pouvoir repérer exactement quelle frange brillante est suivie dans son déplacement. Pourquoi peut on être sûr du décalage de la frange brillante centrale? Qu'a-t-elle de particulier? Cette particularité est elle prise en compte dans le modèle d'interférence à deux ondes proposé dans l'équation (1)?

III. Mesure d'une épaisseur

On reprend le montage de la figure 4 que l'on considère comme parfaitement aligné.

III.1. Interférogramme de référence : Tracer sur un graphe l'interférogramme $I_0(M)$

en fonction de y_M , calculé dans le paragraphe précédent "I. Mesure d'une longueur d'onde". Cet interférogramme est considéré ici comme une référence.

III.2. On place sous l'écran R , une feuille d'épaisseur h inconnue qui décale donc l'écran de sa position centrée. On cherche à déterminer cette quantité grâce au décalage de l'interférogramme.

III.2. a. Faire un schéma du dispositif complet.

III.2. b. En utilisant les résultats du paragraphe "B.IV Utilisation d'une source décalée par rapport à l'axe x ", exprimer la différence de marche $\delta_h(M)$ de ce nouveau dispositif, en fonction de a , h , y_M , f' et $f_c = 5\text{cm}$ distance focale du condenseur.

III.2. c. Sur le même graphe que I_0 , représenter alors I_h .

III.2. d. Quelle mesure faite entre ces deux interférogrammes permet d'estimer h ?

III.2. e. On mesure un décalage $\Delta_h y$ entre ces deux interférogrammes. Donner l'expression analytique de $\Delta_h y$ en fonction de a , h , y_M , f' et f_c .

III.2. f. La mesure donne $\Delta_h y = 1\text{mm}$. Quelle est l'estimation numérique de h ?

III.2. g. Comment peut on être sûr d'avoir mesuré le bon décalage entre les bonnes franges brillantes ?

PARTIE D: CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

Le système d'interférences à deux ondes issus de deux sources ponctuelles peut être modélisé par l'équation (1). On verra que ce modèle est généralisable à d'autres cas. Si l'on considère un dispositif donné, la relation permet de déterminer l'interférogramme, à partir de la différence de marche $\delta(M)$ ou de façon encore plus générale, à partir du déphasage $\phi(M)$.

Sans faire d'approximations particulières, $\phi(M)$ dépend de a , λ , h (décalage vertical de la source S_0 ou du centre O de l'écran R par rapport à l'axe optique) et la position du point M . Une façon d'exploiter l'interférogramme est alors de raisonner de façon différentielle. Pour un dispositif donné parfaitement connu, on a un interférogramme de référence, noté I_0 . On modifie un ou plusieurs des paramètres du dispositif a , λ , ou encore on ajoute une différence de marche par l'adjonction d'une partie avec un indice optique différent, exactement comme on l'a fait dans la partie "C. Applications à la mesure". On obtient ainsi un interférogramme I_1 différent de I_0 . A priori, I_1 peut différer de I_0 par son interfrange mais aussi par sa position (comme on l'a vu dans la partie "C. Application à la mesure"). De façon générale, supposons que l'on modifie respectivement les paramètres a , h et λ , d'une quantité infinitésimale da, dh et $d\lambda$. Le déphasage $\phi(M)$ est alors modifié de la quantité infinitésimale $d\phi$, exprimable à l'aide de dérivées partielles :

$$d\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial a} \right)_{\lambda, h} da + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \lambda} \right)_{a, h} d\lambda + \left(\frac{\partial \phi}{\partial h} \right)_{a, \lambda} dh. \quad (4)$$

Les dérivées partielles sont analytiquement calculables dès lors que la fonction $\phi(M)$ est connue en fonction des paramètres a , h et λ .

I. Calculs préliminaires exemplaires

Reprenons ici le dispositif décrit en figure 4. L'interférogramme de référence est obtenu pour des valeurs de $a_0 = 1\text{mm}$, $\lambda_0 = 500\text{nm}$, $h = 0\text{mm}$.

I.1. En reprenant l'expression de $\delta(M)$ obtenue pour la question C.III.2.2, exprimer le déphasage $\phi(M)$ en fonction de λ , a , h et des distances focales de L_e et C .

I.2. Donner l'expression analytique de $d\phi$ à partir de la relation (4).

I.3. Trois cas distincts

I.3. a. On suppose que $da = 0$, $d\lambda = 0$ et $dh = 10\mu\text{m}$. Evaluer numériquement $d\phi$, en utilisant les données numériques de C.III.

I.3. b. On suppose que $da = 0, 1a$, $d\lambda = 0$ et $dh = 0\text{mm}$. Evaluer numériquement $d\phi$, en utilisant les données numériques de C.III.

I.3. c. On suppose que $da = 0\text{mm}$, $d\lambda = 10\text{nm}$ et $dh = 0\text{mm}$. Evaluer numériquement $d\phi$,

en utilisant les données numériques de C.III. Dans ce cas précis comment I_1 diffère-t-il de I_0 : par son interfrange ou par un décalage ?

I.4. Dans chacun des trois cas précédents, comparer $\frac{d\phi}{\Delta_d\phi}$ à $\frac{\Delta_l\phi}{\Delta_d\phi}$. On rappelle que $\Delta_l\phi$ et $\Delta_d\phi$ sont définis dans la partie A.

II. Finesse et résolution

II.1. On appelle **finesse** du dispositif la quantité \mathcal{F} définie par

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta_l\phi}{\Delta_d\phi}$$

Que caractérise cette quantité ? Donner un exemple en vous appuyant, en particulier sur les cas I.3.a et I.3.b précédents.

II.2. En recherchant (à la bibliothèque, sur internet, ...) décrire et nommer des systèmes interférentiels permettant d'obtenir une finesse plus importante que celle obtenue par les fentes d'Young.

II.3. En vous inspirant de cette notion, définir la résolution en terme longueur d'onde d'un dispositif interférentiel.

II.4. Que caractérise cette quantité ?

—FIN DE L'ÉNONCÉ—