A. Optique Géométrique : Un système afocal

On considère un montage optique composé de deux lentilles convergentes, L_1 et L_2 de centre respectifs O_1 et O_2, de foyers respectifs F_1, F_1' et F_2, F_2'. Les ditances focales $f_1' = \overline{O_1F_1'}$ et $f_2' = \overline{O_2F_2'}$ sont égales et connues. La distance algébrique $\overline{O_1O_2} = 2f_1'$. C'est à dire que le foyer image F_1' est confondu avec le foyer objet F_2.
Données numériques : $f_1' = 10$ cm et $AB = 1$ cm

I. Objet à distance finie

Dans cette partie, on considère un objet AB, réel pour L_1, placé à distance finie, connue du centre O_1.
On rappelle les relations de conjugaison (foyers ou centre), pour une lentille mince :

$$\overline{F'A'}.\overline{FA} = -\overline{OF'}^2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

I.1. *L'objet AB est situé entre F_1 et O_1, comme sur la figure 1.*

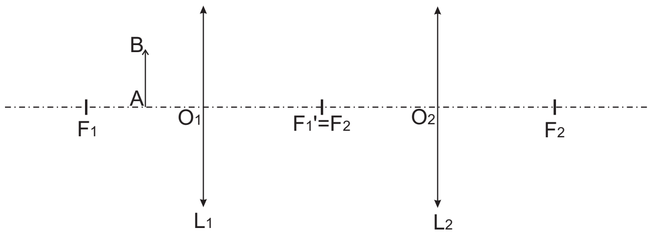

Fig. *1 – Objet à distance finie*

I.1. 1. *En reproduisant le schéma de la figure 1, construire géométriquement l'image A_2B_2 par l'ensemble des deux lentilles. On fera apparaitre très clairement les rayons lumineux, et on explicitera les règles de construction. La notation de cette figure tiendra compte du soin apporté au dessin ainsi qu'à sa clarté (on pourra utiliser des couleurs).*

I.1. 2. *Quelle est la nature de l'image A_2B_2 obtenue à la question précédente ?*

I.1. 3. *Exprimer littéralement la distance $\overline{F_2A_2}$ en fonction de la distance $\overline{O_1A}$ et des données des lentilles.*

I.1. 4. *Faire l'application numérique pour $\overline{F_1A} = 3$ cm*

I.1. 5. *Exprimer littéralement la taille A_2B_2 en fonction de la distance $\overline{O_1A}$ et des données des lentilles.*

I.1. 6. *Faire l'application numérique pour $\overline{F_1A} = 3$ cm*

I.2. En justifiant la réponse par un calcul littéral, *donner la condition sur la distance $\overline{F_1A}$ pour que l'image A_2B_2 soit réelle.*

I.3. *On se place maintenant dans le cas où A est en F_1.*

I.3. 1. *Où se situe A_2 ? Justifier votre réponse.*

I.3. 2. *Exprimer littéralement la taille A_2B_2 en fonction des données des lentilles.*

I.3. 3. *Faire l'application numérique.*

II. Objet à l'infini

On considère maintenant que l'objet AB est à une distance infinie du centre O_1. L'objet est vu sous un angle α depuis le centre O_1, comme indiqué sur la figure 2.

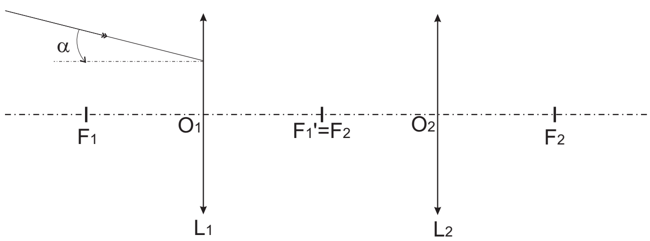

Fig. *2 – Objet à distance infinie*

II.1. *En justifiant la réponse, localiser l'image A_2B_2.*
On appelle β l'angle d'émergence après L_2.

II.2. *En reproduisant le schéma de la figure 2, faire apparaitre sur le dessin, le rayon émergent et son angle β issu du rayon d'incidence α. Le plus grand soin sera apporté à la figure et aux explications des règles de construction.*
II.3. *Exprimer littéralement l'angle β en fonction de α et des données des lentilles.*
II.4. *Faites l'application numérique pour AB placé à une distance de 1 m du centre O_1.*
II.5. *Quel peu(ven)t être l(es)'intérêt(s) d'un tel montage ? Justifier la réponse en fonction de vos connaissances académiques ou pratiques en optique.*
II.6. *Justifier le fait que ce montage est appelé "montage afocal".*

B. Magnétostatique-Induction

Dans ce problème, on s'intéresse à deux aspects d'un champ magnétique créé par un conducteur filiforme de longueur infini. Dans la première partie on étudie l'influence d'un champ magnétique créé par ce fil sur un fil identique et on en déduit la définition légale de l'Ampère. La deuxième partie est consacrée à l'étude du champ électrique induit dans un cadre mobile par le champ magnétique inhomogène créée par un fil conducteur et l'influence de celui-ci sur le mouvement du cadre. Les vecteurs sont notés **en gras** *dans l'énoncé. Dans la copie, les vecteurs seront notés par une lettre* **surplombée** *d'une flèche.*

I. Définition légale de l'Ampère

On considère un fil conducteur de section négligeable, de longueur infinie parcouru par un courant électrique d'intensité I_0. On cherche à calculer le champ magnétique qu'il produit en un point M. Les coordonnées cylindro-polaires sont définies sur la figure 3. Le trièdre cartésien $\overrightarrow{\mathbf{e}_x}$, $\overrightarrow{\mathbf{e}_y}$, $\overrightarrow{\mathbf{e}_z}$ est orthornormé direct ainsi que le trièdre local de la base cylindro-polaire

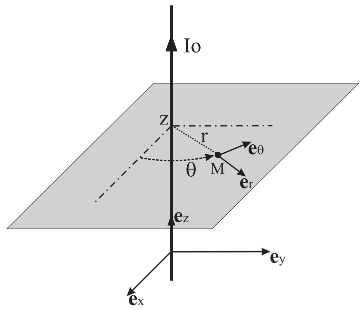

Fig. 3 – *Coordonnées cylindro-polaires*

$\overrightarrow{\mathbf{e}_r}$, $\overrightarrow{\mathbf{e}_\theta}$, $\overrightarrow{\mathbf{e}_z}$. *Le point M est repéré en coordonnées cylindro-polaires par la distance r qui le sépare du fil, l'angle θ entre les deux vecteurs unitaires $\overrightarrow{\mathbf{e}_x}$ et $\overrightarrow{\mathbf{e}_r}$ et sa côte z.*
I.1. En justifiant très clairement *les hypothèses utilisées, exprimer la direction du champ magnétique vectoriel $\overrightarrow{\mathbf{B}}(M)$ en fonction des vecteurs de la base cylindro-polaire $\overrightarrow{\mathbf{e}_r}$, $\overrightarrow{\mathbf{e}_\theta}$, $\overrightarrow{\mathbf{e}_z}$.*
I.2. En justifiant très clairement *le raisonnement montrer que le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{B}}(M)$ ne dépend que de r.*
I.3. *Exprimer $\overrightarrow{\mathbf{B}}(M)$ en fonction de r, $\overrightarrow{\mathbf{e}_r}$, $\overrightarrow{\mathbf{e}_\theta}$, $\overrightarrow{\mathbf{e}_z}$, I_0.*
I.4. *A une distance L du premier fil, on place maintenant un fil identique, parallèle, parcouru par un courant d'intensité I_0 dans le même sens que celui parcourant le premier fil comme indiqué sur la figure 4.*

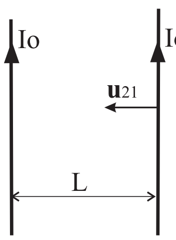

Fig. 4 – *Deux fils parallèles*

I.4. 1. *Montrer que la force* $\overrightarrow{\mathbf{f}_{12}}$ *exercée par le premier fil sur le second,* **par unité de longueur** *a pour expression :*

$$\overrightarrow{\mathbf{f}_{12}} = \frac{\mu_0 I_0^2}{2\pi L}\overrightarrow{\mathbf{u}_{21}}$$

où $\overrightarrow{\mathbf{u}_{21}}$ *est le vecteur unitaire orienté du fil* 2 *vers le fil* 1.

I.4. 2. *Faire l'application numérique pour* $L = 1$ *m,* $I_0 = 1$ *A,* $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ *T m/A*

I.4. 3. *En déduire une définition de l'Ampère. Connaissez vous sa définition légale ?*

II. Induction dans un cadre mobile plongé dans un champ magnétique non-uniforme

On considère un fil conducteur de section négligeable, initialement sans courant. Un cadre carré de côté a*, conducteur de résistance totale* R_c*, de masse* M*, se déplace selon l'axe* y *avec le vecteur vitesse* $\overrightarrow{\mathbf{V}_C^0} = V_C^0\overrightarrow{\mathbf{e}_y}$*. A l'instant initial* $t = 0$*, le centre* C *du carré est au point* C_0 *de coordonnées :* $x_0 = 0$*,* y_0 *et* $z_0 = 0$*, comme indiqué sur la figure 5. A l'instant* $t = 0$*,*

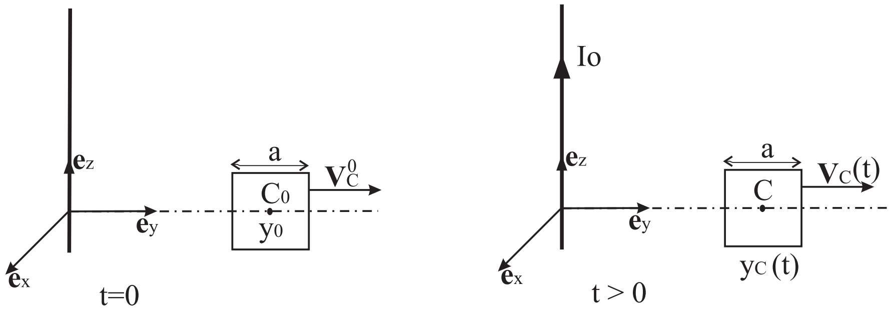

Fig. 5 – *Cadre carré mobile dans un champ magnétique non uniforme*

on fait parcourir un courant d'intensité I_0 *dans le fil. A un instant* t *quelconque positif, on appellera* $\overrightarrow{\mathbf{V}_C}(t)$ *le vecteur vitesse du point* C*,* $x_C(t)$*,* $y_C(t)$*,* $z_C(t)$ *les corrdonnées du point* C*,* $\dot{y_C}$ *la dérivée de* $y_C(t)$ *par rapport au temps et* $\ddot{y_C}$ *sa dérivée seconde.*

II.1. *Par un raisonnement qualitatif, décrire succintement le mouvement du cadre dans le champ magnétique créé par le fil.*

II.2. *Par la méthode de votre choix,* **en justifiant très clairement le raisonnement***, montrer que la différence de potentiel* $e(t)$*, à l'instant* t *positif quelconque, qui apparait le long du cadre est :*

$$e(t) = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\frac{a^2}{\left(y_C^2 - \frac{a^2}{4}\right)}$$

On pensera à utiliser l'expression du champ magnétique établie précedement.

II.3. *En déduire l'expression du courant* $I_C(t)$*, qui parcourt le cadre, en fonction de* $y_C(t)$*,* $\dot{y_C}$*,* R_c*,* a*,* I_o*.*

II.4. *Exprimer la force totale* $\overrightarrow{\mathbf{F}}$ *qui s'applique sur le cadre en fonction de* $y_C(t)$*,* $\dot{y_C}$*,* R_c*,* a*,* I_o *et les vecteurs de la base cartésienne. Pour ce faire, on négligera le poids du cadre. D'autre part, il sera utile de considérer indépendamment les 4 côtés du cadre, et de calculer la force que subit chacun d'eux (on pourra s'attacher, en particulier, à montrer que la composante verticale de la force est nulle)*

II.5. *En déduire que* $y_C(t)$ *vérifie l'équation différentielle suivante :*

$$M\ddot{y_C} = -\left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\right)^2\frac{a^4}{R_c}\frac{\dot{y_C}}{\left(y_C^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2}$$

II.6. *En supposant que* $\left(y_C^2 - \frac{a^2}{4}\right)$ *varie peu pendant le laps de temps d'observation, montrer que la vitesse du cadre décroit exponentiellement en fonction du temps. On déterminera la constante de temps* τ *caractéristique de la décroissance. Comment choisir les caractéristiques du cadre pour que* τ *soit la plus petite ?*

II.7. *Conclure quant à la prédiction ennoncée à la première question.*

C. Electrocinétique

L'objet de ce problème est d'étudier le comportement temporel d'un circuit électrique composé d'une résistance ohmique R*, d'une inductance* L *- montées en parallèle - et d'une capacité* C*, montée en série.*

Données numériques : $L = 1$ *mH et* $C = 10$ μ*F*

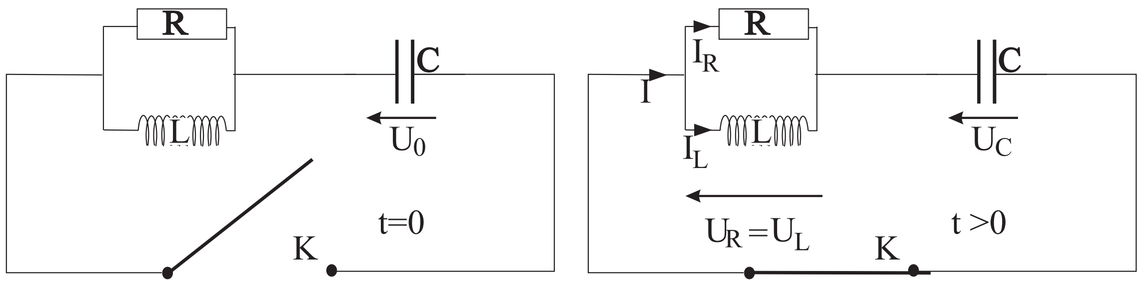

Fig. 6 – *Schéma RLC série*

I. Régime libre

La capacité est initialement chargée sous une tension U_0 et on ferme le circuit à l'instant initial, comme indiqué sur la figure 6, en activant l'interrupteur K. On note U_L, U_C et U_R, les tensions respectives aux bornes de l'inductance, la capacité et la résistance. On appelle I, le courant traversant le circuit, I_R et I_L les intensités traversant respectivement la résistance et l'inductance.

I.1. *Etablir l'équation différentielle que vérifie la tension aux bornes du condensateur.*

I.2. *Analyse qualitative.*

I.2. 1. *On pose $\tau = RC$, $\omega_0^2 = 1/LC$. Donner la dimension de τ et ω_0. Que représentent physiquement ces deux valeurs ? On pose traditionnellement $Q = \dfrac{1}{\omega_0 \tau}$. Quelle signification physique peut-on donner à cette quantité adimensionnée ? L'exprimer en fonction de R, L et C. Pour L et C fixées comment varie cette quantité en fonction de la résistance R ?*

I.2. 2. *Ecrire l'équation différentielle que vérifie U_C lorsque Q est très petit (pour fixer les idées, on pourra imaginer que R tend vers l'infini avec L et C fixées). A quoi équivaut alors la résistance dans le circuit ? Faire un schéma succint du circuit électrique équivalent.*

I.2. 3. *Mêmes questions quand Q est très grand.*

I.3. *Analyse quantitative*

I.3. 1. *Résoudre l'équation différentielle que vérifie U_c, avec pour condition initiale $U_c(0) = U_0$. On distinguera bien les deux régimes temporels selon la valeur de Q.*

I.3. 2. *Représenter schématiquement $U_c(t)$ en fonction du temps, pour ces deux régimes temporels.*

I.4. *Avec les valeurs numériques données pour L et C, calculer numériquement la valeur de R pour laquelle $Q = 0,4$. Commenter le résultat.*

I.5. *Calculer numériquement la valeur de R pour laquelle $Q = 40$. Commenter le résultat.*

II. Régime harmonique forcé

On remplace l'interrupteur K de la figure 6 par un générateur idéal de tension harmonique qui délivre la tension $U_g(t) = U^g \cos(\omega t)$, de pulsation ω.

II.1. *Exprimer littéralement le rapport entre les amplitudes de la tension au bornes du condensateur et de celle aux bornes du générateur. (On pourra utiliser la notation complexe).*

II.2. *Tracer les deux diagrammes de Bode pour cette fonction de transfert (module et phase).*

— Fin —