

A. Electrostatique : Calculs de capacités

Un condensateur électrique est constitué de deux armatures métalliques, qui se font face, de surface identiques S et séparées d'une distance donnée. L'espace entre les armatures est rempli de vide. Les deux armatures sont en influence totale, c'est à dire que si une armature se charge, l'autre armature porte instantanément la charge opposée. On cherche à calculer la capacité électrique C de ce dispositif, pour différentes géométries. Si Q est la charge portée par l'armature de plus haut potentiel, si ΔV est la différence de potentiel entre les deux armatures, alors :

$$C_p = \frac{Q}{\Delta V}$$

I. Capacité plane

Un condensateur électrique plan est constitué de deux plaques planes, de surface S , séparées d'une distance e , qui se font face, comme indiqué sur la figure 1. On impose une différence de potentiel ΔV entre les deux armatures : l'une est à V_1 ,

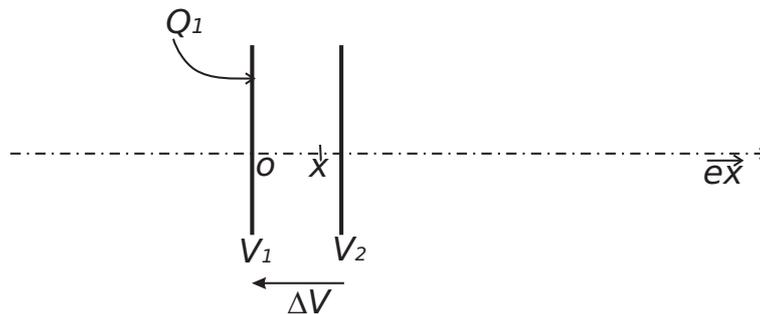


Fig. 1 – Capacité plane

l'autre à V_2 , $V_1 > V_2$. On suppose que le potentiel ne dépend que de la variable x (on néglige les effets des bords des plaques).

- I.1. Exprimer $V(x) - V_2$ en fonction de ΔV , x et e .
- I.2. En déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}(x)$ en fonction de ΔV et e .
- I.3. A l'aide du théorème de Gauss, exprimer Q_1 en fonction de ΔV , e et S .
- I.4. Donner l'expression de la capacité C_{plan} en fonction de e , S .
- I.5. Application numérique pour $e = 1 \text{ mm}$; $S = 1 \text{ mm}^2$

II. Capacité sphérique

On considère maintenant un condensateur sphérique schématisé sur la figure 2. On cherche à calculer sa capacité C_S

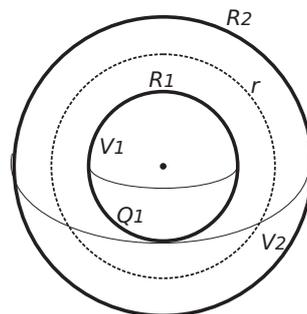


Fig. 2 – Capacité sphérique

- II.1. On suppose que le potentiel ne dépend que de r . Mêmes questions que précédemment pour la capacité plane.
- II.2. Faire l'application numérique pour $R_1 = 1 \text{ mm}$, $R_2 = 2 \text{ mm}$.
- II.3. Comparer l'encombrement stérique des deux types des condensateurs pour une même valeur de capacité C_0 .

B. Electrocinétique

On considère un circuit R, C série alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω , d'amplitude complexe \underline{U}_e , comme indiqué sur la figure 3. On appelle \underline{U}_c l'amplitude complexe de la tension aux bornes du condensateur.

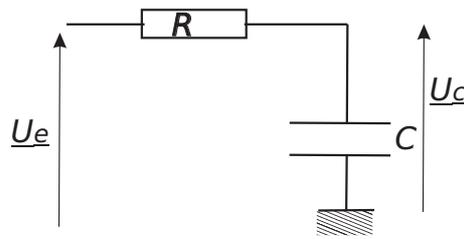


Fig. 3 – Montage RC

- .1. Exprimer le rapport $H_0 = \frac{U_c}{U_e}$ en fonction de ω et $\tau = RC$.
 - .2. Tracer les diagrammes de Bode de H_0 (module et phase). On rappelle qu'il s'agit de tracer $\log(|H|)$ et phase en fonction du $\log \omega$
 - .3. Sous quel nom ce type de filtre est-il communément appelé, pourquoi ?
 - .4. On souhaite utiliser la tension U_c aux bornes d'un appareil de charge que l'on modélise par une résistance R_u . Faire un schéma du montage.
 - .5. Exprimer le rapport $H_u = \frac{U_c}{U_e}$ dans ces conditions en fonction de ω , $\tau = RC$ et $\frac{R_u}{R}$.
 - .6. Tracer les diagrammes de Bode de H_u , sur les mêmes diagrammes que ceux de H_0 , à l'échelle.
 - .7. La résistance de charge R_u perturbe-t-elle le circuit ?
- Pour palier à cet inconvénient, on utilise le montage à Amplificateur opérationnel montré dans la figure 4. On suppose l'amplificateur idéal, en régime linéaire.

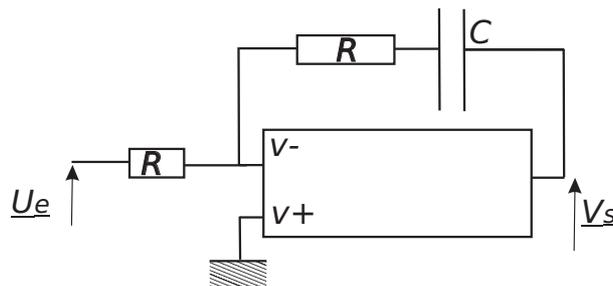


Fig. 4 – Montage à AO

- .8. Exprimer le rapport $H_a = \frac{V_s}{U_e}$ en fonction des données électriques.
- .9. Comparer H_a à H_0 .
- .10. On branche maintenant la résistance R_u à la sortie de l'amplificateur opérationnel. Exprimer $H_a^u = \frac{V_s}{U_e}$ dans ces nouvelles conditions.
- .11. Comparer H_a^u à H_a et H_0 .
- .12. La résistance de charge perturbe-t-elle maintenant la tension sous laquelle on l'alimente ?

C. Thermodynamique

I. Question de cours

On considère une machine motrice ditherme, cyclique. Le cycle de fonctionnement est le cycle de Carnot, dont toutes les transformations sont quasi-statiques. On considère que le rapport γ , des capacités calorifiques isobare et isochore, est connu.

- I.1. Dans un diagramme de Clapeyron (V en abscisses, P en ordonnées), dessiner le cycle pour le gaz considéré comme parfait.
- I.2. Exprimer le rendement r de la machine motrice en fonction des températures T_c , de la source chaude, et T_f de la source froide.

II. Problème : Etude d'un moteur à explosion

On considère un moteur à explosion fonctionnant sur le cycle de Beau de Rochas, comme schématisé sur la figure 5. Le

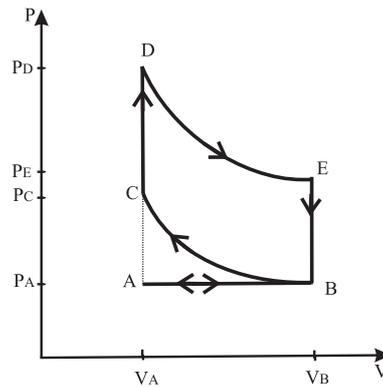


Fig. 5 – Diagramme de Clapeyron d'un cycle de Beau de Rochas

cycle se décompose en 5 parties (branches sur la graphique) :

1. $A \rightarrow B$: Admission du mélange gazeux air-essence à pression atmosphérique.
2. $B \rightarrow C$: Montée du piston dans le cylindre. Compression adiabatique quasi-statique du mélange.
3. $C \rightarrow D$: Explosion du mélange. Compression isochore (volume constant) du mélange.
4. $D \rightarrow E$: Descente du piston. Détente adiabatique quasi-statique du mélange.
5. $E \rightarrow B$: Refroidissement isochore du mélange.
6. $B \rightarrow A$: Echappement des gaz à pression atmosphérique.

La cylindrée $V = V_B - V_A$ est le volume de la chambre de combustion. Le rapport de compression α est le rapport volumique $\alpha = V_B/V_A$. On appelle γ le rapport des capacités calorifiques molaire du mélange : $\gamma = c_p/c_v$.

II.1. On appelle r le rendement du cycle.

II.1. 1. Définir littéralement l'expression de r en fonction du travail échangé par le système durant le cycle et des chaleurs échangées pendant les différentes phases du cycle.

II.1. 2. En déduire l'expression de r en fonction de α et γ .

II.1. 3. Faire l'application numérique.

II.2. On admet que le moteur est constitué d'un seul cylindre et que le cycle correspond à un demi tour de l'axe moteur. Le constructeur du véhicule annonce une consommation de carburant C_0 à la vitesse V_0 . Le régime moteur à la vitesse V_0 est N_0 . La température d'admission du mélange dans la chambre de combustion est $T_A = T_B$. La pression d'admission et d'échappement est la pression atmosphérique P_a .

II.2. 1. Calculer numériquement la température T_C du mélange, en fin de compression.

II.2. 2. Le carburant utilisé a une masse volumique ρ . Calculer la masse m de carburant admise dans la chambre de combustion à chaque cycle.

II.2. 3. Calculer le nombre n de moles de mélange (air + carburant) admis à chaque début de cycle. En déduire la masse m' d'air admise à chaque début de cycle. Le carburant utilisé est de l'octane : C_8H_{18} .

II.2. 4. La combustion d'une mole d'octane dégage une chaleur Q_0 . Quelle est la valeur de Q_{CD} si l'on suppose la combustion totale.

II.2. 5. Quelles sont alors les températures T_D et T_E . On supposera que, en dépit de la combustion, le nombre de moles du mélange ne varie pas, l'air étant principalement constitué de diazote, inerte pendant la réaction.

II.2. 6. A partir du rendement calculer le travail W du cycle. Calculer la durée d'un cycle à la vitesse V_0 . En déduire la puissance P_m du moteur fonctionnant sur le cycle théorique de Beau de Rochas. L'exprimer en chevaux DIN. (On rappelle la conversion $1,36 \text{ ch DIN} = 1000 \text{ W}$)

II.2. 7. La fiche technique indique $P_m \sim 130 \text{ ch}$ à la vitesse V_0 . Conclure.

Données numériques :

$$V = 2,664 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; \alpha = 8,65; V_0 = 160 \text{ km/h}; C_0 = 19,6 \text{ litres/100 km}; N_0 = 5000 \text{ tours/mn}; T_A = 77^\circ \text{ C}; P_a = 10^5 \text{ Pa}$$

$$\rho = 720 \text{ kg/m}^3; M(C) = 12 \text{ g/mol}; M(H) = 1 \text{ g/mol}; Q_0 = 5500 \text{ kJ};$$

D. Optique Géométrique : Un système afocal

On considère un montage optique composé de deux lentilles convergentes, L_1 et L_2 de centre respectifs O_1 et O_2 , de foyers respectifs F_1 , F_1' et F_2 , F_2' . Les distances focales $f_1' = \overline{O_1F_1'}$ et $f_2' = \overline{O_2F_2'}$ sont égales et connues. La distance algébrique $\overline{O_1O_2} = 2f_1'$. C'est à dire que le foyer image F_1' est confondu avec le foyer objet F_2 .

Données numériques : $f_1' = 10$ cm et $AB = 1$ cm

I. Objet à distance finie

Dans cette partie, on considère un objet AB , réel pour L_1 , placé à distance finie, connue du centre O_1 .

On rappelle les relations de conjugaison (foyers ou centre), pour une lentille mince :

$$\overline{F_1'A'} \cdot \overline{F_1A} = -\overline{O_1F_1'}^2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F_1'}}$$

I.1. L'objet AB est situé entre F_1 et O_1 , comme sur la figure 6.

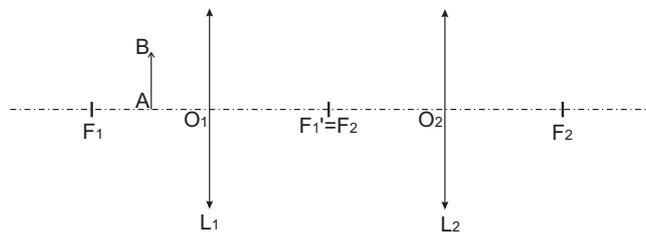


Fig. 6 – Objet à distance finie

I.1. 1. En reproduisant le schéma de la figure 6, construire géométriquement l'image A_2B_2 par l'ensemble des deux lentilles. On fera apparaître très clairement les rayons lumineux, et on explicitera les règles de construction. La notation de cette figure tiendra compte du soin apporté au dessin ainsi qu'à sa clarté (on pourra utiliser des couleurs).

I.1. 2. Quelle est la nature de l'image A_2B_2 obtenue à la question précédente ?

I.1. 3. Exprimer littéralement la distance $\overline{F_2A_2}$ en fonction de la distance $\overline{O_1A}$ et des données des lentilles.

I.1. 4. Faire l'application numérique pour $\overline{F_1A} = 3$ cm

I.1. 5. Exprimer littéralement la taille A_2B_2 en fonction de la distance $\overline{O_1A}$ et des données des lentilles.

I.1. 6. Faire l'application numérique pour $\overline{F_1A} = 3$ cm

I.2. En justifiant la réponse par un calcul littéral, donner la condition sur la distance $\overline{F_1A}$ pour que l'image A_2B_2 soit réelle.

I.3. On se place maintenant dans le cas où A est en F_1 .

I.3. 1. Où se situe A_2 ? Justifier votre réponse.

I.3. 2. Exprimer littéralement la taille A_2B_2 en fonction des données des lentilles.

I.3. 3. Faire l'application numérique.

II. Objet à l'infini

On considère maintenant que l'objet AB est à une distance infinie du centre O_1 . L'objet est vu sous un angle α depuis le centre O_1 , comme indiqué sur la figure 7.

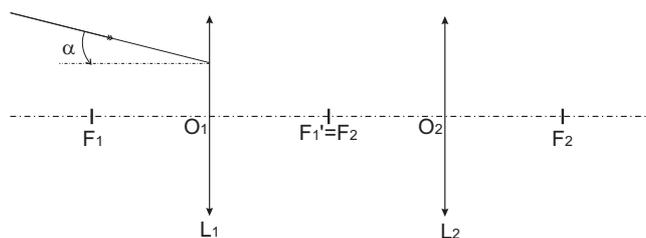


Fig. 7 – Objet à distance infinie

II.1. En justifiant la réponse, localiser l'image A_2B_2 .

On appelle β l'angle d'émergence après L_2 .

II.2. En reproduisant le schéma de la figure 7, faire apparaître sur le dessin, le rayon émergent et son angle β issu du rayon d'incidence α . Le plus grand soin sera apporté à la figure et aux explications des règles de construction.

II.3. Exprimer littéralement l'angle β en fonction de α et des données des lentilles.

II.4. Faites l'application numérique pour AB placé à une distance de 1 m du centre O_1 .

II.5. Quel peu(ven)t être l(es) intérêt(s) d'un tel montage ? Justifier la réponse en fonction de vos connaissances académiques ou pratiques en optique.

II.6. Justifier le fait que ce montage est appelé "montage afocal".

— Fin —